

Experimenty ve výuce matematiky se školním experimentálním systémem Vernier

Mgr. Pavel Böhm, Mgr. Jakub Jermář

Abstrakt

V článku nabízíme učitelům matematiky konkrétní náměty na ilustraci matematického učiva, zejména nejrůznější funkce a práci s grafy. Náměty byly odzkoušeny za využití školního experimentálního systému Vernier.

1 Úvod

Některé části výuky matematiky můžeme na základní i střední škole pohodlně a rychle ilustrovat pomocí přírodních zákonů, které najdeme ve světě kolem nás doslova na každém kroku. Může jít například o práci s grafy, přímou a nepřímou úměrnost, exponenciální a logaritmické funkce, sinus a podobně. Stačí pak jenom vypůjčit si od kolegů přírodovědců vhodné senzory.

Školní experimentální systém Vernier [1] nabízí desítky vhodných senzorů, které můžete připojit buď k počítači s dataprojektorem, nebo k přenosnému rozhraní Vernier LabQuest. Spolu s promyšleným softwarem, který je v češtině, dovoluje Vernier výrazně oživit a zefektivnit výuku nejen v biologii, chemii či fyzice, ale také v hodinách matematiky nebo ICT.



Obr. 1: Jednoduché počítačem podporované experimenty mohou oživit hodiny matematiky dodáním reálných čísel, grafů, závislostí...

Software už ve své Lite verzi, která je zdarma, obsahuje mnoho nástrojů pro analýzu dat. Naměřené hodnoty lze však také exportovat například do Excelu, můžeme tedy pomocí získaných dat učit žáky využívat i další nástroje a budovat mezipředmětové vazby.

V tomto článku přinášíme konkrétní náměty na ilustraci matematického učiva, zejména nejrůznější funkce a práci s grafy. Obecný popis výhod a rizik spojených s využíváním dataloggerů ve výuce najdete v [2].

2 Práce s daty a grafy

Práce s daty a jejich grafickým znázorněním se týká vlastně všech měření s Vernierem, ať už jde o zkoumání závislosti teploty na čase, intenzity světla na vzdálenosti od žárovky, nebo třeba závislosti tlaku plynu na jeho teplotě.

Pro libovolné měření lze provádět základní statistiku jako je odečítání maxim a minim, určování průměrů, na střední škole můžeme přidat výpočet směrodatných odchylek, prokládání přímků a podobně.

Naměřená data lze využít i ve výuce ICT. Žáci si mohou vyzkoušet vytváření grafů například v Excelu namísto originálního softwaru Vernier. Můžeme také chtít, aby naměřené hodnoty kriticky porovnali s daty uvedenými na internetu nebo v tabulkách, případně je v rámci projektů publikovali ve formě webových stránek nebo posterů zdobících školní chodby.

3 Aktivita „napodobování předlohy“

Mají-li žáci, zejména na základní škole, potíže s propojením reálné situace s grafem, můžete zařadit hravou aktivitu „napodobování předlohy“. Po připojení sonaru (ultrazvukového čidla pro určování vzdálenosti, rychlosti a zrychlení) můžete nechat softwarem Vernier náhodně vygenerovat graf (předlohu) závislosti polohy na čase. Úkolem žáků potom bude pohybovat se (nebo v některých časových úsecích naopak stát) před sonarem tak, aby co nejvěrněji graf napodobili. Tato aktivita obvykle žáky hodně baví, přitom nenásilně buduje a posiluje důležité dovednosti.

4 Matematické funkce

V následujících odstavcích jsou stručně uvedeny konkrétní náměty na ilustraci řady matematických funkcí. Pro pohodlí čtenářů hned také uvádíme kódy senzorů, s nimiž jsme experimenty prováděli, tak, jak jsou uvedené v [3].

4.1 Přímá úměrnost, lineární funkce

4.1.1 Ohřívání vody v rychlovarné konvici

Potřebujeme některý z teploměrů Vernier [4], například USB teploměr GO-TEMP. Příkon rychlovarné konvice je veliký (obvykle 1,5 kW až 2,5 kW), míra ochlazování je při takto rychlém ohřevu zanedbatelná. Za jednotku času se proto do vody dostane vždy zhruba stejné množství energie, voda je tak ohřívána konstantní rychlostí.

4.1.2 Závislost tlaku na výšce (ve vzduchu) nebo na hloubce (ve vodě)

Potřebujeme barometr BAR-BTA. Hydrostatický tlak roste lineárně s hloubkou, každý centimetr zhruba o 100 Pa. Pro malé výšky můžeme považovat za lineární rovněž pokles tlaku vzduchu s rostoucí výškou (ve skutečnosti je pokles exponenciální). V ČR odpovídá každému metru pokles zhruba o 10 Pa.

4.1.3 Změna tlaku plynu při změně teploty

Potřebujeme teploměr (např. GO-TEMP), doplňkovou sadu k tlakovému čidlu PS-ACC a barometr BAR-BTA, případně tlakové čidlo GPS-BTA. Stavová rovnice ideálního plynu popisuje souvislost mezi tlakem p , objemem V a termodynamickou teplotou T : $\frac{pV}{T} = konst.$

Při konstantním objemu (je-li plyn uzavřen například v pevné skleněné nádobce) tak získáme lineární závislost tlaku na teplotě: $p(T) = konst \cdot T$.

4.2 Nepřímá úměrnost

4.2.1 Změna tlaku plynu při změně objemu

Potřebujeme doplňkovou sadu k tlakovému čidlu PS-ACC a barometr BAR-BTA nebo tlakové čidlo GPS-BTA. Podobně jako v předchozím případě ze stavové rovnice ideálního plynu získáme při konstantní teplotě tento vztah: $p(V) = \frac{\text{konst.}}{V}$. Pro získání grafu nepřímé úměry stačí tedy k tlakovému čidlu přišroubovat speciální injekční stříkačku se závitem (je součástí doplňkové sady k tlakovému senzoru PS-ACC) a proměřit tlak při různě stlačeném pístu.

4.3 Pokles s kvadrátem vzdálenosti

4.3.1 Závislost intenzity světla na vzdálenosti od žárovky

Potřebujeme luxmetr LS-BTA nebo jednoduchou světelnou sondu TILT-BTA. Intenzita světla vydávaného bodovým zdrojem klesá s druhou mocninou vzdálenosti, což lze velmi přesně proměřit pomocí luxmetru nebo levného čidla TILT-BTA, které není nakalibrované na měření v luxech, ale pro měření relativních změn intenzity světla postačí.

4.4 Pokles s třetí mocninou vzdálenosti

4.4.1 Závislost magnetické indukce na vzdálenosti od magnetu

Potřebujeme teslametr MG-BTA.

4.5 Exponenciální funkce

4.5.1 Radioaktivní rozpad

Potřebujeme zdroj s krátkým poločasem rozpadu a detektor radiace DRM-BTD, případně lze využít oblíbený český detektor Gamabeta a propojit ho s Vernier LabQuestem [5]. Tento experiment je vhodný také k demonstraci náhodného chování, které se při velkém počtu opakování řídí statistickými zákonitostmi.

4.5.2 Výška, do které se dostane skákající míč (a jiné děje s tlumením)

Potřebujeme sonar GO-MOT nebo MD-BTD. Sonar umístíme do výšky dva až tři metry a necháme pod ním skákat míč z výšky h_{\max} . Po několika odrazech provedeme analýzu maximálních výšek, do kterých se míč dostává po jednotlivých odrazech. Protože koeficient útlumu je pro každý odraz zhruba stejný (například $K = 0,8$), platí pro výšku odrazu v závislosti na počtu odrazů n vztah $h(n) = h_{\max} \cdot K^n$, tedy exponenciální závislost. Stejně to funguje s libovolnými tlumenými ději, například kmitáním na pružině. Tam si navíc koeficient tlumení snadno můžeme sami nastavovat například tím, že na závaží kmitající na pružině připevníme čtvrtku vhodné velikosti, která pak způsobuje větší či menší tlumení díky odporu vzduchu.

4.5.3 Chladnutí vody v hrnku

Potřebujeme magnetickou míchačku STIR a některý z teploměrů Vernier [4]. Magnetická míchačka je zde důležitá, protože hustota vody se mění v závislosti na teplotě, což bez míchání negativně ovlivňuje výsledky experimentu. Míra ochlazování je tím větší, čím je větší rozdíl teplot horké vody a okolí. Časová závislost teploty je exponenciální. Teplota se navíc asymptoticky blíží k teplotě v místnosti, můžeme tedy demonstrovat rovněž asymptotické chování.

4.5.4 Stínění světla pomocí filtrů

Potřebujeme luxmetr LS-BTA nebo jednoduchou světelnou sondu TILT-BTA. Postupně použijeme 0, 1, 2, ... až třeba 32 vrstev igelitu (stačí obyčejný sáček) umístěného mezi žárovku a čidlo. Intenzita světla klesá exponenciálně v závislosti na počtu vrstev.

4.6 Goniometrické funkce

4.6.1 Kmitání závaží na pružině

Potřebujeme sonar GO-MOT nebo MD-BTD. Závislost okamžité polohy závaží na čase má sinusový charakter. Necháme-li kmitat závaží delší dobu, můžeme současně pozorovat také exponenciální pokles amplitudy.

4.6.2 Blikání žárovky

Potřebujeme luxmetr LS-BTA nebo jednoduchou světelnou sondu TILT-BTA. Ačkoli to lidské oko nevnímá, žárovky i zářivky ve skutečnosti blikají s frekvencí 100 Hz, protože napětí v síti se harmonicky mění s frekvencí 50 Hz a k maximálnímu proudu dochází v horním i dolním „obloučku“ sinusoidy.

4.6.3 Fázové posunutí proudu a napětí na cívce

Potřebujeme voltmetr DVP-BTA a ampérmetr DCP-BTA, cívku a generátor různých frekvencí střídavého napětí. S rostoucí frekvencí se více a více projevuje indukčnost cívky, díky čemuž postupně napětí začíná předcházet proud, jak je vidět také na videu [6].

4.7 Logaritmus

4.7.1 Hladina intenzity zvuku

Potřebujeme hlukoměr SLM-BTA. Protože lidské ucho slyší obrovský rozsah intenzit zvuku (cca 12 řádů), používá se pro hlasitost logaritmická stupnic. To ovšem znamená, že například dvojnásobný počet zdrojů zvuku nezvýší hlasitost v decibelech na dvojnásobek, ale pouze o 3 dB, protože 10 umocněno na 0,3 je přibližně 2.

4.7.2 Kyselost neboli pH

Potřebujeme pH senzor PH-BT. Protože i stupnice pH je logaritmická, platí u vhodně zvolených kyselin, že desetinásobné zředění vede na vzrůst pH zhruba o 1. Experimenty tohoto druhu doporučujeme konzultovat a případně i provádět s učitelem chemie!

4.7.3 Absorbance

Potřebujeme spektrofotometr SVIS-PL. Absorbance je míra pohlcování světla vzorkem (obvykle roztokem). Protože světlo je pohlcováno exponenciálně v závislosti na koncentraci roztoku, získáme záporně vzatým logaritmem lineární závislost, takzvanou absorbanci.

5 Závěr

Přírodní vědy poskytují mnoho názorných ukázek a experimentů použitelných ve výuce matematiky, jejichž užitím můžeme žákům pomoci nejen k lepšímu pochopení matematiky samotné, ale také k vytváření mezipředmětových vazeb.

O podrobnější návody si můžete napsat na pavel.bohm@mff.cuni.cz, některé naleznete také na <http://www.vernier.cz/experimenty> nebo <http://www.vernier.cz/video>.

Literatura

- [1] Vernier CZ. <<http://www.vernier.cz>> [cit. 2011-10-25]
- [2] Hlavní výhody práce s Vernierem. <<http://www.vernier.cz/clanky/vyhody-a-nevyhody>> [cit. 2011-10-25]
- [3] Databáze produktů společnosti Vernier. <<http://www.vernier.cz/produkty/databaze>> [cit. 2011-10-25]
- [4] Měření teploty. <<http://vernier.cz/produkty/teplotni-cidla>> [cit. 2011-10-25]
- [5] Jermář, J.: Propojení detektoru Gamabeta s Vernier LabQuestem. FyzWeb, ISSN 1803-4179. <<http://fyzweb.cz/clanky/index.php?id=143>> [cit. 2011-10-25]
- [6] Napětí a proud v obvodu s cívkou. <<http://www.vernier.cz/video/obvod-s-civkou>> [cit. 2011-10-25]