Matematické okénko

1) Uveďte alespoň dva fyzikální příklady skalárního a vektorového pole.
2) Jak se počítá skalární a vektorový součin?
3) Ověřte následující identity mezi vektory:
    a) $\vec{a}\cdot\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)=\vec{b}\cdot\left(\vec{c}\times\vec{a}\right)=\vec{c}\cdot\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)$ (cyklická záměna)
    b) $\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)=\vec{b}\left(\vec{a}\cdot\vec{c}\right)-\vec{c}\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)$ (bac – cab)

Vektorové operátory

1) Vypočtěte:
    a) grad (x+y+z)
    b) div (x+y, -z+y, -2z)
    c) rot (2y, 2x+3y, 3y)
2) Ověřte v kartézských souřadnicích ($\vec{r}=(x,y,z)$ je polohový vektor, jeho velikost je $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$):
    a) grad $r=\dfrac{\vec{r}}{r}$
    b) div $\vec{r}=3$
    c) grad $\left(\dfrac{1}{r}\right)=-\dfrac{\vec{r}}{r^3}$
    d) rot $\vec{r}=0$
3) Odvoďte v kartézských souřadnicích vyjádření tzv. Laplaceova operátoru: Δu = div grad u
4) Dokažte v kartézských souřadnicích (u je skalární veličina, $\vec{F}$ je vektor):
    a) rot grad u =0
    b) div rot $\vec{F}$ =0
5) Ukažte platnost následujících identit:
    a) grad (ab) = a grad b + b grad a
    b) div ($a\vec{F}$) = $\vec{F}$ grad a + a div $\vec{F}$
    c) $rot\ rot\vec{A}=grad\ div\vec{A}-\Delta\vec{A}$