

Teoretická mechanika ZS 2019/2020

Domácí úkol 3

Datum zadání: 2.12.2019

Datum odevzdání: 6.1.2020

Určete rovnice pro pohyb planet pomocí Hamiltonových kanonických rovnic.

1. Necht' r a θ jsou polární souřadnice planety o hmotnosti m , která se pohybuje okolo hvězdy o hmotnosti M . Ukažte, že kinetická energie planety má v polárních souřadnicích tvar

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2).$$

2. S využitím potenciální energie radiálního gravitačního pole

$$V = -G \frac{mM}{r},$$

kde G je gravitační konstanta, spočítejte Hamiltonovu funkci

$$H = \frac{1}{2m} \left(p_r^2 + \frac{p_\theta^2}{r^2} \right) - G \frac{mM}{r}.$$

3. Určete příslušné Hamiltonovy kanonické rovnice.
4. Z rovnic pro $\dot{\theta}$ a \dot{p}_θ ukažte platnost 2. Keplerova zákona (tj. že plošná rychlost planety je konstantní).
5. Spojením rovnic pro \dot{r} a \dot{p}_r sestavte pohybovou rovnici (diferenciální rovnice 2. řádu), která popisuje oběžnou dráhu planety (tato rovnice vyjadřuje 1. Keplerův zákon). Zamyslete se nad fyzikálním významem jednotlivých složek v této rovnici.