

Efektivní hodnota proudu a napětí

Peter Žilavý

Katedra didaktiky fyziky MFF UK Praha

Abstrakt

Příspěvek experimentálně objasňuje pojem efektivní hodnota střídavého proudu a napětí. Předkládá experiment, při kterém lze pomocí dvojice žároviček, regulovatelného zdroje, generátoru, voltmetru a osciloskopu experimentálně prozkoumat efektivní hodnotu napětí různých průběhů a porovnat ji s teorií. Ukazuje také, jak souvisí pojem efektivní hodnota proudu či napětí s fázovou regulací výkonu. V neposlední řadě také rozebírá, jakým způsobem měří a zobrazují efektivní hodnotu proudu a napětí jednoduché digitální multimetry využívané ve školních laboratořích.

Úvod

Okamžité hodnoty proudu a napětí na spotřebiči (např. na žárovce nebo rezistoru) připojeném ke zdroji stejnosměrného napětí (baterie, akumulátor, laboratorní zdroj) se v ustáleném stavu s časem nemění. Máme „jedinou hodnotu“ pro napětí, „jedinou hodnotu“ pro proud a tedy i „jedinou hodnotu“ pro výkon na spotřebiči. V případě zdroje střídavého obecně neharmonického napětí se však okamžité hodnoty těchto veličin s časem mění. Pro účel praktického porovnávání různých střídavých proudů či napětí je pak vhodné jejich „velikost“ vyjádřit také „jediným číslem“. Matematika nám pro jeho určení nabízí celou řadu možností. Kterou z nich si vybereme, záleží na konkrétním účelu použití popisované veličiny.

Jednou z těchto možností je využití maximální hodnoty, kterou v průběhu periody napětí (proud) dosáhne. Využijeme ji, pokud chceme například stanovit, na jaké minimální napětí musí být vyroben kondenzátor (nebo jiná součástka), který chceme připojit ke zdroji (obecně neharmonického) střídavého napětí.

Další, složitější možností je použití operace absolutní hodnota na okamžitou hodnotu proudu resp. napětí (z pohledu grafu časové závislosti okamžité hodnoty jde o překlopení částí grafu pod osou nahoru) a následně určení střední hodnoty takto vzniklé veličiny. Takto získané hodnotě proudu či napětí (v literatuře často označované jen jako „střední hodnota“) odpovídá výchylka magnetoelektrických měřicích přístrojů s usměrňovačem („ručičkových“ měřicích přístrojů se střídavými rozsahy) a také údaj celé řady ve škole oblíbených jednoduchých multimetrů na jejich střídavých rozsazích. Přístroje jsou sice kalibrovány v efektivních hodnotách (viz dále), ale vnitřně měří uvedenou „střední hodnotu“.

I obyčejná střední hodnota střídavého napětí či proudu (bez předchozí aplikace absolutní hodnoty) má svůj smysl. Odpovídá jí například údaj na *stejnoseměrném* (magnetoelektrickém či číslicovém) voltmetru (ampérmetru, multimetru) po připojení daného *střídavého* napětí (proudu). Střední hodnota je často (i v případě neharmonických průběhů) rovna nule. Pokud ale měříme například signál v elektronických obvodech tranzistorových zesilovačů, představuje tato střední hodnota tzv. stejnosměrnou složku napětí (proudu).

V běžném životě se ale nejčastěji setkáváme s tzv. *efektivní hodnotou* proudu a napětí. Tato hodnota umožňuje porovnávat různá střídavá napětí (proudy) z hlediska jejich energetických účinků. Právě tato hodnota napětí (proudu) je nejčastěji uváděna na

elektrických spotřebičích. Například 230 V představuje jmenovitou *efektivní hodnotu* střídavého napětí v elektrické zásuvce, 16 A představuje jmenovitou *efektivní hodnotu* proudu jističe, kterým jsou obvykle jištěny obvody elektrických zásuvek v domácnosti. (Slovo „jmenovitou“ zde znamená „normální“, výrobcem či normou předepsanou hodnotu.)

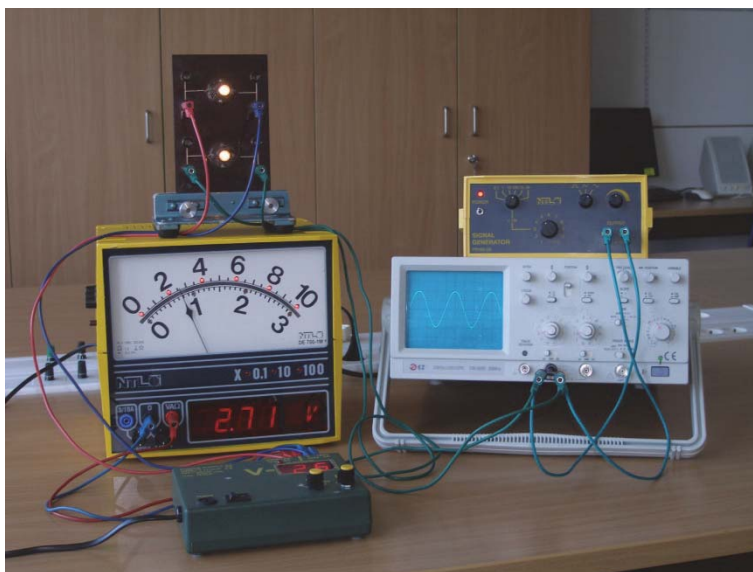
Efektivní hodnota střídavého napětí je taková hodnota stejnosměrného napětí, které způsobí na rezistoru (odporové zátěži) stejný výkon, jako je střední hodnota okamžitého výkonu na tomtéž rezistoru po připojení daného střídavého napětí. (Podobné tvrzení platí i pro efektivní hodnotu střídavého proudu.)

Jednoduše řečeno – když jednou ke zdroji *stejnosměrného napětí* např. 6 V a podruhé ke zdroji *střídavého napětí* s efektivní hodnotou 6 V připojíme tutéž žárovku (rezistor), bude v obou případech svítit („topit“) stejně. Nebo – kdybychom sériovým zapojením baterií vytvořili zdroj napětí 230 V (pozor, to je už nebezpečný experiment!), svítila by k němu připojená stolní lampa stejně, jako při zapojení do běžné elektrické zásuvky. (Hodnota celkového napětí 230 V na bateriích je přitom míněna už po zatížení stolní lampou.)

Efektivní hodnoty střídavých (obecně neharmonických) napětí různých průběhů o stejné maximální hodnotě se mohou lišit. Vztah efektivní a maximální hodnoty napětí (proudu) pro různé průběhy jejich okamžitých hodnot experimentálně prozkoumáme v následujících odstavcích.

Experimentální zkoumání efektivní hodnoty střídavého napětí

Pro experimentální zkoumání efektivní hodnoty použijeme školní generátor napětí harmonického, pravouhlého a trojúhelníkového průběhu s výkonovým výstupem (například „žlutý“ NTL), zdroj regulovatelného stejnosměrného (konstantního) napětí, osciloskop, voltmetr, dvě stejné žárovky 4 V, 0,5 A na panelu, spojovací vodiče. Volba jmenovitého napětí žárovek není kritická, vyhoví např. i 3,5 V, 0,3 A, mělo by však přibližně odpovídat efektivní hodnotě napětí dosažitelné na generátoru.



Obr. 1. Zkoumání efektivní hodnoty napětí různých průběhů.

Jednu ze žárovek na panelu připojíme k regulovatelnému zdroji stejnosměrného napětí a druhou žárovku ke generátoru střídavých napětí různých průběhů. Napětí na první žárovce (napájené stejnosměrným napětím) měříme paralelně připojeným voltmetrem, průběh střídavého napětí na druhé žárovce zobrazujeme paralelně připojeným osciloskopem.

Efektivní hodnota harmonického napětí

Na generátoru zvolíme harmonický průběh napětí o frekvenci 50 Hz. Pomocí odečtu z osciloskopu nejdříve pečlivě nastavíme *maximální hodnotu* střídavého napětí například na 4 V. Poté zkusíme nastavit na regulovatelném zdroji stejnosměrného napětí takovou hodnotu, aby „podle oka“ obě žárovky svítily stejně. Tato hodnota (podle „definice“ v úvodu) přibližně odpovídá hledané efektivní hodnotě napětí střídavého zdroje.

Nastavení stejnosměrného napětí provedeme několikrát. Změřenou hodnotu napětí vždy zapíšeme do tabulky a nakonec vypočítáme průměr ze zjištěných hodnot z několika měření. Rozptyl hodnot jednotlivých měření je dán především naší pečlivostí a schopností „podle oka“ nastavit stejný jas žárovek. Při nastavování se přitom střídavě přibližujeme ke stejnému jasu žárovek „z obou směrů“, tj. od vyšší i od nižší hodnoty stejnosměrného napětí než je ta, kterou nakonec zapíšeme do tabulky.

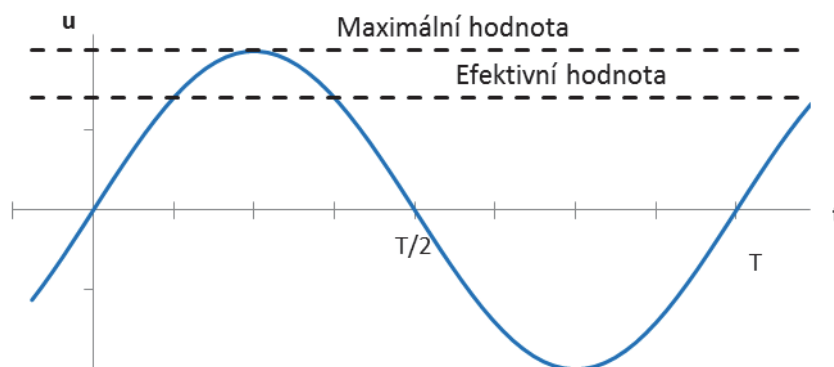
Příklad měření pro harmonický průběh napětí ukazuje první sloupec následující tabulky.

Číslo měření	Experimentálně zjištěná efektivní hodnota napětí		
	Harmonický průběh	Pravouhlý průběh	Trojúhelníkový průběh
1.	2,59 V	4,19 V	2,25 V
2.	2,70 V	3,89 V	2,33 V
3.	2,72 V	4,06 V	2,20 V
4.	2,90 V	4,08 V	2,28 V
5.	2,82 V	3,90 V	2,29 V
Průměr	2,75 V	4,02 V	2,27 V

Námi experimentálně zjištěná efektivní hodnota střídavého napětí o maximální hodnotě 4 V je tedy přibližně 2,75 V. Pro podíl maximální a efektivní hodnoty tedy dostáváme:

$$\frac{U_{\max}}{U_{ef}} = \frac{4 \text{ V}}{2,75 \text{ V}} \doteq 1,45.$$

Teoretická hodnota tohoto poměru (viz [1]) je $\sqrt{2} \doteq 1,41$. Vztah maximální a efektivní hodnoty harmonického průběhu ukazuje i následující obrázek.



Obr. 2. Efektivní a maximální hodnota harmonického napětí.

Efektivní hodnota napětí neharmonických průběhů

Stejný postup nyní zopakujeme i s pravoúhlým a trojúhelníkovým průběhem napětí generátoru. Pomocí odečtu z osciloskopu nastavíme maximální hodnotu napětí na první žárovce vždy na 4 V a opět opakovaně odečítáme nastavené stejnosměrné napětí na druhé žárovce. Zjištěné hodnoty tohoto stejnosměrného napětí opět zapisujeme do tabulky.

Příklad měření pro střídavé napětí pravoúhlého a trojúhelníkového průběhu ukazuje druhý a třetí sloupec tabulky. Již první pohled na zjištěné průměrné hodnoty ukazuje, že při stejné maximální hodnotě má z námi zkoumaných průběhů trojúhelníkový průběh nejmenší a pravoúhlý průběh největší efektivní hodnotu. Tomu odpovídá i pozorovaný jas žárovek.

Dobrá shoda zjištěné efektivní hodnoty s maximální hodnotou u napětí pravoúhlého průběhu není náhodná. V případě ideálního pravoúhlého průběhu je totiž okamžitá hodnota napětí po dobu první půlperiody konstantní, pak dojde jen ke změně polarity napětí „v nekonečně krátkém čase“ na opačnou a po zbytek periody se okamžitá hodnota opět nemění. Pro poměr maximální a efektivní hodnoty napětí pravoúhlého průběhu tedy platí:

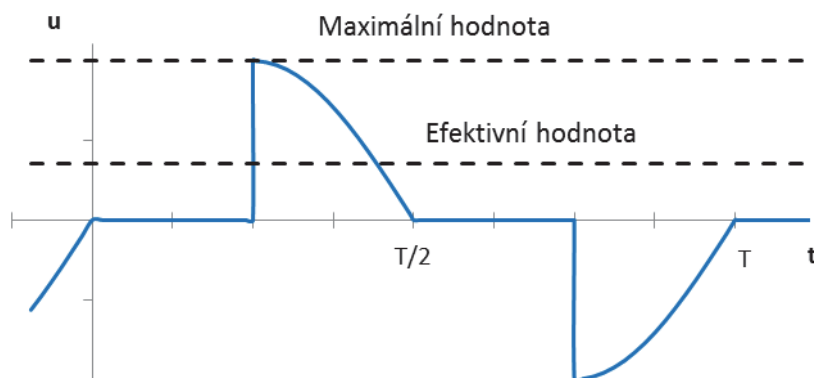
$$\frac{U_{\max}}{U_{ef}} = 1.$$

Napětí pravoúhlého průběhu má největší efektivní hodnotu ze všech průběhů o stejné maximální hodnotě.

Fázová regulace výkonu

Skutečnost, že efektivní hodnota střídavého napětí (a tím i jeho energetické účinky) závisí na jeho průběhu, se využívá například při tzv. fázové regulaci výkonu různých elektrických spotřebičů. Doma se s ní setkáme například při regulaci jasu osvětlovacích těles (lustru) či regulaci výkonu vysavače nebo otáček elektrické vrtačky.

Dnes běžně dostupné elektronické spínací součástky (tyristor, triak – viz např. [2]) umožňují (spolu s podpurnými elektronickými obvody) v přesně definovaném okamžiku periody síťového napětí sepnout proud do žárovky a vytvořit tak průběh jako je např. na obrázku 3.



Obr. 3. Průběh napětí na žárovce při fázové regulaci výkonu

Různou efektivní hodnotu napětí (a tím i různý jas žárovek) je možno dosáhnout změnou doby od začátku periody, po kterou je spínací prvek vypnutý. Pokud je spínací prvek sepnut hned od začátku každé půlperiody, bude mít proud žárovkou prakticky původní harmonický průběh a žárovka bude svítit „naplno“. Pokud zůstane spínací prvek vypnutý téměř po celou půlperiodu a jen na jejím konci bude na krátkou dobu sepnutý, bude žárovka svítit s minimálním jasnem.

Jakou hodnotu střídavého napětí měří číslicový multimetr?

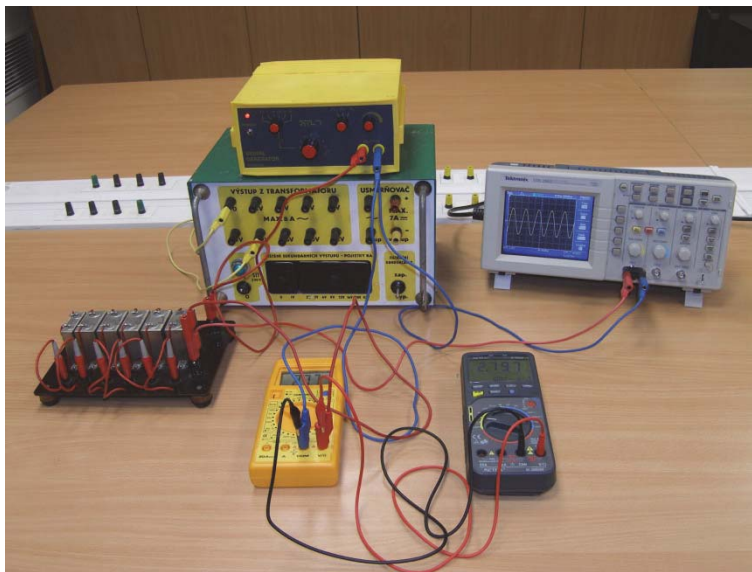
V této části příspěvku prozkoumáme údaje získané z měření střídavých napětí na střídavých rozsazích u dvou různých typů multimetrů. Prozkoumáme jak oblíbeného zástupce „jednodušší“ řady multimetrů DMM-3900, tak i zástupce dražší řady multimetrů nesoucích označení „True RMS“ METEX M-3860M.



Obr. 4. Multimetr DMM-3900 a METEX M-3860M.

Oba multimetry spolu s osciloskopem současně (paralelně) připojíme ke školnímu generátoru napětí harmonického, pravoúhlého a trojúhelníkového průběhu (například „žlutý“ NTL – zde však už nepotřebujeme výkonový výstup generátoru). Pro odstranění

případně nenulové stejnosměrné složky napětí školního generátoru (v úvodu popsána jako „obyčejná“ střední hodnota) můžeme připojit multimetry a osciloskop ke generátoru přes kondenzátor o kapacitě jednotek až desítek μF .



Obr. 5. Měření „efektivní hodnoty“ střídavého napětí různých průběhů.

Pomocí osciloskopu nastavíme na generátoru postupně harmonický, pravoúhlý a trojúhelníkový průběh napětí tak, aby jeho maximální hodnota byla vždy 4 V. Odpovídající změřené „efektivní hodnoty“ z obou multimetrů zapíšeme do tabulky.

Multimetr	Údaj na displeji multimetru na střídavém rozsahu		
	Harmonický průběh	Pravoúhlý průběh	Trojúhelníkový průběh
DMM-3900	2,78 V	4,37 V	2,19 V
M-3860M	2,80 V	4,04 V	2,29 V

Z prvního sloupce tabulky vidíme, že zjištěné údaje efektivní hodnoty napětí z displeje obou multimetrů pro případ harmonického napětí dobře odpovídají teoretické hodnotě:

$$U_{ef} = \frac{4 \text{ V}}{\sqrt{2}} \doteq 2,83 \text{ V}$$

(Do malého rozdílu mezi teoretickou a změřenou hodnotou se kromě samotné nepřesnosti multimetrů promítá zejména nepřesnost odečtu maximální hodnoty z obrazovky osciloskopu).

V případě pravoúhlého průběhu napětí, kdy se jeho efektivní hodnota rovná maximální hodnotě (viz předchozí odstavce), dostáváme správný údaj pouze u multimetru M-3860M, nesoucího označení „True RMS“. Údaj na „levnějším“ multimetru je téměř o 10 % vyšší. Podobně vidíme rozdíl mezi změřenou efektivní hodnotou u obou multimetrů i v případě napětí trojúhelníkového průběhu. Zde však není rozdíl tak velký jako u napětí pravoúhlého průběhu.

Čím si uvedené rozdíly můžeme vysvětlit? Multimetr M-3860M nesoucí označení „True RMS“ měří skutečnou efektivní hodnotu i neharmonického napětí (proudu). „Levnější“ multimetry typu DMM-3900 jsou sice kalibrovány v efektivních hodnotách (údaj na displeji má představovat efektivní hodnotu připojeného napětí), vnitřně ale měří *střední hodnotu dvojcestně usměrněného napětí*. (Středování je jednoduše realizováno RC členem uvnitř multimetru.) Údaj na displeji je pak s touto střední hodnotou svázán přes „přepočítávací koeficient“ platný pro *harmonický průběh* napětí.

Z předchozích odstavců víme, že pro efektivní hodnotu harmonického napětí platí:

$$U_{ef} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}.$$

Pro harmonický průběh napětí lze integrací a následným výpočtem střední hodnoty $U_{stř}$ dojít ke vztahu:

$$U_{stř} = \frac{2}{\pi} \cdot U_{\max}.$$

Pro efektivní hodnotu pak spojením těchto vztahů dostáváme:

$$U_{ef} = U_{stř} \cdot \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \doteq 1,11 \cdot U_{stř}.$$

„Levnější“ multimetr tedy na displeji zobrazuje přibližně 1,11 násobek střední hodnoty dvojcestně usměrněného napětí na jeho svorkách.

V případě napětí pravoúhlého průběhu o maximální hodnotě 4 V je (po dvojcestném usměrnění) i jeho střední hodnota rovna 4 V. Podle předchozí úvahy má tedy přístroj ukázat na displeji hodnotu 4,44 V, což je ve velmi dobré shodě s naměřeným údajem ve druhém sloupci tabulky (4,37 V).

Napětí trojúhelníkového průběhu o maximální hodnotě 4 V má po usměrnění poloviční střední hodnotu, tedy 2 V. Přístroj tedy ukáže na displeji hodnotu 2,22 V, což je opět v dobré shodě s naměřeným údajem ve třetím sloupci tabulky (2,19 V).

Závěr

Pomocí popsaného jednoduchého experimentu s dvojicí žárovek napájených generátorem a zdrojem stejnosměrného napětí lze jednoduše „podle definice“ zjistit a prozkoumat efektivní hodnotu střídavého napětí různých průběhů.

Změřený údaj z číslicového multimetru nemusí v případě neharmonických průběhů napětí odpovídat skutečné efektivní hodnotě tohoto napětí. Rozdíl mezi skutečnou a zjištěnou efektivní hodnotou napětí neharmonického průběhu může dosáhnout i desítky procent.

Literatura

[1] Žilavý P.: *Střídavé proudy*. P3K, Praha 2012.

Dostupné také z: <http://kdf.mff.cuni.cz/projekty/oppa/> [cit. 23. 11. 2012].

[2] M. Tichý a kol., „Elektronika“, MFF UK, 2002. [Online]. Dostupné z: <http://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/elektronika/> [cit. 23. 11. 2012].