autorská verze článku do Rozhledů MF (publikováno v č.2, 2021, s. 57-67)

Jak provokovat, když dostanete úlohu o pádu železné a dřevěné koule I

Leoš Dvořák

Dostala se mi do rukou úloha zhruba tohoto znění:

Ze stejné výšky pustíme železnou a dřevěnou kouli. Která dopadne na zem dřív?

Na první pohled to možná zní jako ne moc zajímavá školní úloha. Po praktické stránce se nás skutečně asi příliš nedotkne, tedy pokud nám jedna z těch koulí nepadá přímo na nohu. Ale zkusme se na ni podívat jako na problém, při jehož diskusi a řešení můžeme trochu provokovat.

Možné odpovědi

Jak by šlo odpovědět na výše uvedenou úlohu?

a) Zeptáme-li se laika, nejspíš odpoví, že železná koule dopadne dřív. To si ostatně mysleli už staří Řekové; soudili, že těžší tělesa padají rychleji. Odpovídá to i zkušenosti z běžného života: kámen padá rychleji než třeba zmuchlaný papírový kapesník.

b) Poučenější člověk vzpomene, jak se ve škole učil, že tělesa padají s tíhovým zrychlením, a to je pro všechna tělesa stejné. To znamená, že železná a dřevěná koule by měly dopadnout současně.

c) Ještě poučenější člověk ovšem konstatuje, že roli hraje i odpor vzduchu. A ten bude více zpomalovat kouli lehčí (méně hmotnou), než kouli těžší. Na zem tedy přece jen dřív dopadne železná koule.

d) Provokatér a šťoura se zašklebí, prohlásí něco typu „přijde na to…“ a začne vymýšlet, jak by všechno mohlo být jinak a zda by případně nemohla dřevěná koule dopadnout dřív. Takové úvahy mohou být zajímavé, a můžeme se při nich i leccos přiučit.

Pojďme se proto vžít do role „provokatérů a šťourů“ a hledat argumenty, co by mohlo být jinak. Budeme přitom vycházet ze známé fyziky. Vyloučíme tedy třeba antigravitaci nebo možnost, že by nějakým magickým zásahem obě koule získaly křídla a odletěly bůhvíkam. Sice bychom si tím mohli pěstovat fantazii, ale vůči fyzikálnímu problému by to byla provokace trochu laciná.

Co může ovlivnit výsledek

Co by mohlo nastat, aby neplatila výše uvedená odpověď b) nebo přesnější c)? K tomu je vhodné zamyslet se, co vše může čas dopadu koulí ovlivnit. Možností je řada, zkusíme vymyslet i trochu netradiční.[1]

1) Hloubka pod oběma tělesy (tj. dráha, kterou tělesa urazí)

Na první pohled se zdá, že ze zadání úlohy jasně plyne, že obě koule urazí při pádu na zem stejnou vzdálenost. Ale kdyby železná koule padala do studny či jámy a dřevěná koule na zem vedle ní, zřejmě by dřevěná dopadla dřív. (Alespoň pokud by rozdíl drah obou těles nebyl příliš malý. Dřevěná koule puštěná z výšky jednoho metru nad zemí, by jistě dopadla dřív než železná, padající do jámy hluboké dva metry.) Abychom se této možnosti vyhnuli, musíme upřesnit, že obě koule při pádu urazí stejnou vzdálenost.

[1] „Netradiční“ je hezký termín, který lze použít i v seriózním časopise, kde by nepřipustili slovo „ujeté“. ☺

2) Kdy tělesa vypouštíme

Další možnost, jak obelstít zadání, je odpověď: *Dřív dopadne koule, kterou jsme dřív pustili. Když dřív pustíme dřevěnou, dopadne dřív dřevěná.* Můžete samozřejmě volat, že to je podfuk, že v zadání úlohy se myslí, že obě koule pustíme současně. Ale uvedeno to tam není. Takže jsme se poučili, že v zadání je potřeba uvést, že koule pouštíme současně nebo že nám jde o porovnání dob pádu.

3) Kde tělesa padají I

Další argument (který se opět může jevit trochu „podpásový“): *Když dřevěnou kouli pustíme na Zemi a železnou na Měsíci, tak dřevěná dopadne dřív*. Aha, takže zadání musíme ještě zpřesnit a napsat, že obě koule pouštíme na stejném nebeském tělese, pro konkrétnost na Zemi.

4) Kde tělesa padají II

Zpřesněním dle předchozího bodu jsme si ale ještě úplně nepomohli. Koule totiž můžeme pouštět na různých místech – a *pokud železnou pouštíme na rovníku a dřevěnou na pólu, dopadne dříve dřevěná*.[2] Na pólu a na rovníku je totiž různé tíhové zrychlení. Rozdíl je způsoben rotací Země a také jejím zploštěním; činí asi 0,052 $m \cdot s^{-2}$, relativní rozdíl je tedy asi 0,5 %. Takže další zpřesnění: obě tělesa necháme padat blízko sebe.
Nestačí ovšem nechat je padat na stejné rovnoběžce. Tíhové zrychlení totiž závisí i na nadmořské výšce: jednak se vzdáleností od středu Země klesá jako $1/r^2$, ale na horách se zase projeví, že je pod námi víc hmoty. Uvádí se, že s každým metrem nadmořské výšky se tíhové zrychlení zmenšuje o asi 2 $\mu m/s^2$, viz [1] v částech „Free air correction“ a „Slab correction“. V daném prameni najdete i vzorce ukazující, jak se tíhové zrychlení mění se zeměpisnou šířkou.

5) Okolní prostředí

S našimi provokacemi jsme ovšem zdaleka neskončili. Například: *když obě tělesa pustíme ve vodě*, železná koule padne ke dnu, ale dřevěná koule vyplave k hladině.[3] Kdyby tělesa nebyla ve vodě, ale ve rtuti, tak navíc vyplave i to železné. Vidíme, že v našem problému musíme uvažovat i vztlakovou sílu. A v zadání je potřeba specifikovat prostředí, v němž se nacházejí.[4] Když půjde o vzduch (což zřejmě autoři úlohy měli na mysli), bude vliv vztlakové síly malý – ale kdyby jedna koule nebyla ze dřeva ale z polystyrenu nebo šlo o nafouknutý balón, mohl by být vliv vztlakové síly výrazný. (Kdyby šlo o balón plněný třeba vodíkem, tak by také místo pádu mohl stoupat.)

6) Vnitřek těles

V souvislosti s předchozím bodem by nás také mohlo napadnout, jestli železná koule je celá ze železa. *Co kdyby byla dutá?* Pak by mohla mít mnohem menší hmotnost než dřevěná koule a díky odporu vzduchu by dopadla později. Ale tohle už zní trochu jako schválnost, budeme tedy uvažovat obě koule plné a speciálně takové, že budou mít v celém objemu konstantní hustotu.

---

[2] Kritický čtenář by mohl namítnout, že za určitých okolností (při pádu z velké výšky) by mohl převážit vliv odporu vzduchu a dřív by přece jen dopadla koule železná. To je rozumný argument, můžeme se tomu věnovat, až budeme mít podrobnější informace, jak odpor vzduchu ovlivňuje pád těles. Za pár stránek se k tomu dostaneme.

[3] Když někdo bude chtít provokovat zase nás, poznamená, že bude-li dřevěná koule z ebenu, padne ke dnu také, protože hustota ebenového dřeva je 1 150 kg/m^3 ☺ (Ovšem my můžeme opáčit, že údaj o hustotě není jednoznačný, různé zdroje udávají hustoty od 800 do 1300 kg/m^3.)

[4] A možná raději dodat, že obě tělesa jsou v témže prostředí. Porovnávat dřevěnou kouli padající ve vzduchu a vedle ní železnou kouli stoupající ve rtuti, to už by bylo opravdu trochu moc.

7) Další vnější vlivy

Pád těles by mohly ovlivnit i další vnější vlivy. Úplná schválnost by jistě byla, kdybychom železnou kouli zavěsili na padák a dřevěnou nechali padat bez něj. Podobným úskokem by bylo, kdybychom železnou kouli nechali padat v silném stoupavém proudu vzduchu, třeba ze silného větráku, a dřevěnou v klidném vzduchu nebo v klesavém proudu vzduchu. Tyhle možnosti zde uvažovat nebudeme – obě tělesa budou padat v klidném vzduchu, nebudeme je na nic přivazovat, působit na ně třeba elektrickým polem, pád železné koule nebudeme brzdit magnetem, apod.

8) Rotace (?)

Co kdyby padající koule rotovala?[5] Pak by na její pohyb měl vliv tzv. Magnusův jev, který se projevuje například u fotbalového míče, když je kopnut „s falší“. Magnusova síla působí kolmo na rychlost pohybu (viz např. článek [2], kde jsou uvedeny i odkazy na další prameny). Naši padající kouli by tedy hlavně odklonila do strany. Je pravda, že když by se pak koule nepohybovala přesně vertikálním směrem, Magnusova síla by měla i jistou svislou složku – zde ale dál tuto možnost nebudeme uvažovat; budeme prostě předpokládat, že jde o pád koule, která nerotuje.

Co ještě může ovlivnit výsledek – a pár jednoduchých výpočtů

Mohlo by se zdát, že už jsme vyčerpali všechny faktory, které mohou pád koulí ovlivnit. Ale přece jen jsme na něco zapomněli:

9) Velikost těles

Zadání úlohy možná mlčky předpokládá něco jako „obě koule jsou, až na materiál, stejné“. Ale co to znamená stejné? Kdyby to znamenalo stejnou hmotnost, byla by dřevěná koule větší. Pokud by byla ze smrkového dřeva, jehož hustota je $\rho_\mathrm{d} = 455\,\mathrm{kg/m^3}$ (viz např. [3]) a měla by poloměr R_d, pak její hmotnost by byla $m = \frac{4}{3}\pi R_\mathrm{d}^3 \rho_\mathrm{d}$. Hmotnost železné koule o poloměru R_Fe je $m = \frac{4}{3}\pi R_\mathrm{Fe}^3 \rho_\mathrm{Fe}$, kde $\rho_\mathrm{Fe} = 7870\,\mathrm{kg/m^3}$ je hustota železa. Jsou-li hmotnosti obou koulí stejné, lehce odtud spočteme, že $R_\mathrm{d} \big/ R_\mathrm{Fe} = \sqrt[3]{\rho_\mathrm{Fe} / \rho_\mathrm{d}} \doteq 2{,}59$.

Pokud bychom stejně vysoko nad zem umístili středy obou koulí (to by bylo spravedlivé, nemyslíte?), pak by byla dřevěná koule ve výhodě, protože by jí stačilo urazit menší dráhu.[6] Jasně to uvidíme třeba v případě, kdyby na „startu“ byly středy koulí ve výšce metr nad zemí a kdyby ty „kuličky“ byly trochu větší. Například kdyby poloměr dřevěné koule byl 99 cm; železná by pak měla poloměr asi 38 cm.[7] Dřevěné kouli by stačilo spadnout jen o centimetr, ze vztahu $s = \frac{1}{2} g t^2$ můžeme určit, že jí to bude trvat jen asi 45 milisekund. Železná by 62 cm urazila za dobu více než osmkrát delší.

Takže spravedlivější bude, když na počátku budou stejně vysoko nad zemí spodní okraje obou těles. Ale tím zase trochu znevýhodníme dřevěnou kouli: její střed je na začátku o něco výše, tam je nepatrně menší tíhové zrychlení. Sice to oproti ostatním faktorům bude hrát zanedbatelnou roli, ale přece jen…

[5] Děkuji Petrovi Kácovskému, že mě upozornil na tuto možnost. (Inu, všechny možné provokativní nápady člověk nevymyslí sám; tady je vidět, jak inspirativní jsou diskuse s kolegy.)

[6] To už jsme řešili výše v bodě 1), ale teď pro zvýhodnění dřevěné koule nemusíme pod železnou kopat žádnou jámu.

[7] Se zvedáním takto velkých „kuliček“ bychom ovšem v praxi měli trochu problém; hmotnost každé z nich by totiž byla přes 1800 kg.

Možná proto bude nejlepší uvažovat situaci, kdy železná i dřevěná koule mají stejnou velikost. Železná koule oproti smrkové bude sice více než 17-krát těžší, ale s tím už nic nenaděláme.

Jak by tedy nakonec mohla znít upřesněná úloha? Nebyla by úplně nejkratší:

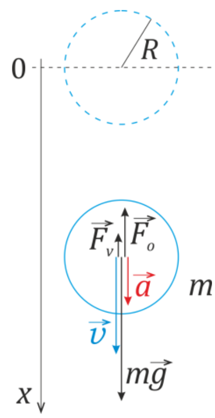
Železnou a dřevěnou kouli, obě stejně velké a obě plné (rozumí se plné daného materiálu, předpokládáme, že je homogenní), pustíme ve stejný okamžik a necháme padat. Pokus probíhá na Zemi. Tělesa padají z míst dostatečně blízko sebe, takže v obou místech bude stejné tíhové zrychlení. V okamžiku puštění jsou jejich spodní okraje stejně vysoko nad zemí. Počáteční rychlosti obou těles vzhledem k zemi jsou rovny nule.[8] *Tělesa padají v klidném vzduchu. Nerotují, nejsou k ničemu připoutána a nepůsobí na ně žádné jiné vlivy než tíhová síla a okolní vzduch. Při pádu jsou tak daleko od sebe, že pohyb vzduchu vyvolaný pohybem jednoho tělesa neovlivňuje pohyb druhého. (Alternativně můžeme nejprve nechat padat jedno těleso, poté po uklidnění vzduchu druhé těleso a v obou případech měřit dobu pádu.) Dopadne na zem dříve železná koule, dřevěná koule, nebo dopadnou obě současně?*

Ufff… to je ale dlouhé zadání úlohy! Vidíme, že precizovat zadání není nic snadného.[9] Proto se při formulaci úloh obvykle používá řada nevyslovených předpokladů – a našimi výše uvedenými „provokacemi“ jistě nechceme dosáhnout toho, aby se v zadání vždy vše podrobně vypisovalo a text každé úlohy tak zabral půl stránky. Ale je dobré uvědomovat si, co vše je ve skutečnosti potřeba v úloze uvažovat.

S jakým zrychlením koule padá?

Zadání úlohy máme „vyladěné“ a precizované. Ale jak je to s jejím řešením? Dopadne dřevěná koule opravdu dřív? A o kolik? Teď už jen s provokativními úvahami nevystačíme, musí dojít na podrobnější výpočty. Začneme tím, že spočteme zrychlení padající koule. K tomu musíme kvantitativně určit působící síly.

Koule padá svisle dolů. Tímto směrem na ni působí tíhová síla $m\vec{g}$, kde m je hmotnost koule. Proti směru pohybu působí jednak vztlaková síla $\vec{F}_v$ a jednak síla odporu vzduchu $\vec{F}_o$, viz obrázek 1.



Obr. 1 K pádu koule v odporujícím prostředí

Poloměr koule je R, její objem je tedy $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ a hmotnost $m = \rho_K V = \rho_K \frac{4}{3}\pi R^3$, kde ρ_K je hustota materiálu koule.

Velikost vztlakové síly působící na kouli ve vzduchu hustoty ρ_v plyne z Archimedova zákona:

$$F_v = \rho_v V g \ . \qquad (1)$$

V učebnicích mechaniky nebo v řadě internetových zdrojů, například [4], zjistíme, že odporová síla při pohybu ve vzduchu je úměrná druhé mocnině rychlosti υ. (Toto platí, pokud nejde o hodně malé rychlosti.) Její velikost je dána Newtonovým vzorcem

$$F_o = \tfrac{1}{2} C \rho_v S \upsilon^2 \ , \qquad (2)$$

[8] Provokaci toho typu, že bychom do jednoho tělesa při jeho puštění trochu šťouchli směrem k zemi, jsme výše ani neuvažovali, ale radši to ve zpřesněném zadání explicite vyloučíme.

[9] A to jsme ještě nezdůraznili, že úlohu máme řešit v klasické newtonovské fyzice, a ne v obecné teorii relativity… ☺

kde S je plocha průřezu koule, tedy $S = \pi R^2$, a C koeficient, který závisí na tvaru tělesa. Pro kouli je v širokém rozmezí rychlostí roven 0,47. (Pro nízké rychlosti vzrůstá, v určitém rozmezí vyšších rychlostí naopak klesá, k těmto detailům se ještě dostaneme dále.)

Zrychlení koule $\vec{a}$ určíme pomocí druhého Newtonova zákona:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_v + \vec{F}_o \ . \tag{3}$$

Zrychlení má nenulovou složku jen do směru osy x (tu jsme orientovali směrem dolů, viz obrázek), $\vec{a} = (a_x, 0, 0)$. Stejně je tomu i pro všechny síly. Druhý Newtonův zákon (3) tedy stačí zapsat jen pro x-ovou složku:

$$m a_x = mg - F_v - F_o \ . \tag{4}$$

Po dosazení (1) a (2) dostáváme

$$m a_x = mg - \rho_v V g - \tfrac{1}{2} C \rho_v S \upsilon^2 \ , \tag{5}$$

a po vydělení m a dalších úpravách

$$a_x = g - \rho_\text{v} \frac{V}{m} g - \tfrac{1}{2} C \frac{\rho_\text{v}}{m} S \upsilon^2 = g - \frac{\rho_\text{v}}{\rho_K} g - \tfrac{1}{2} C \frac{\rho_\text{v}}{\rho_K} \frac{S}{V} \upsilon^2 \ .$$

Zde jsme využili vztah mezi hmotností a objemem. Když ještě objem V a průřez S vyjádříme pomocí poloměru koule, získáme

$$a_x = g\left(1 - \frac{\rho_\text{v}}{\rho_K}\right) - \tfrac{1}{2} C \frac{\rho_\text{v}}{\rho_K} \frac{\pi R^2}{\frac{4}{3}\pi R^3} \upsilon^2 = g\left(1 - \frac{\rho_\text{v}}{\rho_K}\right) - \tfrac{3}{8} C \frac{\rho_\text{v}}{\rho_K} \frac{\upsilon^2}{R} \ . \tag{6}$$

Výsledek bude trochu přehlednější, když ho upravíme na tvar

$$a_x = g\left(1 - \frac{\rho_\text{v}}{\rho_K}\left(1 + \tfrac{3}{8} C \frac{\upsilon^2}{g} \frac{1}{R}\right)\right) . \tag{7}$$

Spočítat z tohoto vztahu, jak přesně koule padá, je trochu náročnější úloha, na úrovni úvodní vysokoškolské fyziky. Začněme něčím jednodušším: aproximacemi popisujícími pohyb po začátku pádu, nebo naopak v situaci, kdy pád trvá už dlouho. Podobné aproximace pro extrémní případy bývají ve fyzice užitečné i pro řešení složitých problémů. Pojďme se podívat, co nám dají v naší úloze.

Aproximace pro hodně malé rychlosti, těsně po začátku pádu

Těsně po začátku pádu je rychlost tělesa velmi malá, takže člen $\tfrac{3}{8} C \frac{\upsilon^2}{g} \frac{1}{R}$ v závorce v (7) můžeme zanedbat. Ze (7) pak dostaneme $a_x = g\left(1 - \rho_\text{v}/\rho_K\right) = \text{konst.}$ Koule tedy padá s konstantním zrychlením, označme jej třeba g':

$$g' = g\left(1 - \rho_\text{v}/\rho_K\right) . \tag{8}$$

Hustota vzduchu je asi 1,2 kg/m^3 (při teplotě 20° C, viz [5] a další zdroje), hustotu železa a jednoho typu dřeva jsme uvedli výše. Poměr ρ_v/ρ_K je malý, od asi $1{,}5\cdot10^{-4}$ pro železnou kouli do cca $2{,}6\cdot10^{-3}$ pro dřevěnou. Zrychlení g' se tedy liší od g jen nepatrně, výrazněji by se lišilo, jen kdybychom nechali padat třeba polystyrenovou nebo dutou kouli, třeba nafouknutý míč. Vidíme, že pro železné nebo dřevěné koule padající ve vzduchu je vliv vztlaku prakticky zanedbatelný.

Jak dlouho po začátku pádu je naše aproximace použitelná? Člen odpovídající odporu vzduchu musí být malý oproti 1 (viz (7)), tj. $\frac{3}{8} C \frac{v^2}{g} \frac{1}{R} \ll 1$. Odtud pro rychlost dostaneme $v \ll \sqrt{\frac{8}{3C} gR} \doteq 2,4\sqrt{gR}$. Zde jsme již dosadili za C hodnotu 0,47 pro kouli. Jak uvidíme později, při malých rychlostech je hodnota C vyšší, takže ve skutečnosti pro naši aproximaci musí být rychlost o něco nižší. Zvolme tedy konstantu v našem odhadu nižší a odhadněme, že aproximace bude platit pro $v \lesssim \sqrt{gR}$. Pro kuličku o průměru 1 cm to dá přibližně $v \lesssim$ 0,2 m/s, pro kouli o průměru 10 cm asi $v \lesssim$ 0,7 m/s. To odpovídá dobám pádu 20 a 70 milisekund; těleso za tu dobu spadne o pouhé 2 mm, resp. o 2,5 cm. Můžeme tedy uzavřít, že po pádu z výšky několika centimetrů (čili v časech přes asi desetinu sekundy po začátku pádu) už musíme s odporem vzduchu počítat.

Aproximace pro vyšší rychlosti a časy

Pro další výpočty bude vhodné upravit vztah (6) pro zrychlení s využitím (8) na tvar

$$a_x = g' - \frac{3}{8} C \frac{\rho_v}{\rho_K} \frac{v^2}{R} = g' \left(1 - \frac{3}{8} C \frac{\rho_v}{\rho_K} \frac{v^2}{g'} \frac{1}{R} \right) .$$

Ten nám umožní nestarat se už dále o vztlakovou sílu, její vliv je už zahrnut v g'. Označíme-li

$$K = \frac{3}{8} C \frac{\rho_v}{\rho_K} \frac{1}{g'R} , \tag{9}$$

je zrychlení

$$a_x = g' \left(1 - K v^2 \right) . \tag{10}$$

Poměr ρ_v / ρ_K, jak už bylo řečeno, je malý, takže malý je i koeficient K (pokud nejde o opravdu malou kuličku, třeba s poloměrem 0,1 mm nebo menším). Do určitých rychlostí bude tedy malý i celý člen $K v^2$. I když odpor vzduchu převýší velikost vztlakové síly, může být jeho vliv na zrychlení zanedbatelný, a tělesa mohou padat téměř se zrychlením g', tedy prakticky s tíhovým zrychlením g.

Bude tomu tak, pokud $K v^2 \ll 1$, čili $v \ll 1/\sqrt{K}$. Přibližné hodnoty této rychlosti uvedené v tabulce 1 ukazují, že odpor vzduchu se příliš neprojeví do rychlosti jednotek metrů až nízkých desítek metrů za sekundu. (Aby odpor vzduchu nesnížil zrychlení o více než jednu desetinu, může rychlost dosáhnout hodnot uvedených v tabulce dělených $\sqrt{10}$.) To odpovídá době pádu několik desetin sekundy až několik sekund.

Tabulka 1: K rychlostem pádu železné a dřevěné koule[10]

	$1/\sqrt{K}$ pro průměr koule	
materiál koule:	1 cm	10 cm
železo	43 m/s	135 m/s
dřevo	10 m/s	32 m/s

[10] Výsledky jsou počítány pro hodnotu g = 9,81 m/s^2 a zaokrouhleny na celé m/s.

Odhad, kdy má odpor vzduchu malý vliv, můžeme udělat ještě jedním způsobem. Při pádu se zrychlením g' těleso za čas t od počátku pádu spadne o $h = \frac{1}{2} g' t^2$ a dosáhne rychlost $v = g' t$. Odtud plyne $v^2 / g' = 2h$. Po dosazení do (9) dostaneme, že $K v^2 = \frac{\rho_v}{\rho_K} \frac{3}{4} C \frac{h}{R}$. Má-li tento výraz být << 1, musí být $\frac{h}{R} \ll \frac{\rho_K}{\rho_v} \frac{4}{3C}$, řekněme

$$\frac{h}{R} \leq 0{,}1 \frac{\rho_K}{\rho_v} \frac{4}{3C} \doteq 0{,}28 \frac{\rho_K}{\rho_v} .$$

Pro železnou kouli dá poměr na pravé straně hodnotu asi $1{,}8 \cdot 10^3$, pro dřevěnou kouli asi $1{,}1 \cdot 10^2$. Pro železnou kuličku o průměru 1 cm dostáváme asi $h \leq 9$ m, pro dřevěnou kuličku $h \leq 0{,}55$ m. Pro koule o průměru 10 cm to bude desetkrát více.

Snadno se můžeme přesvědčit, že tyto výšky pádu odpovídají rychlostem a časům uvedeným výše.

Aproximace pro hodně dlouhý pád

Po dostatečně dlouhé době pádu vzroste rychlost natolik, že se síla odporu prostředí (plus vztlaková síla) prakticky vyrovná tíhové síle.[11] Zrychlení je pak rovno nule a těleso padá konstantní rychlostí. Této rychlosti se někdy říká *mezní rychlost*. (Mezní rychlostí se po většinu času pohybuje parašutista s otevřeným padákem.) Ze vztahu (10) je zřejmé, že toto nastává, když $K v^2 = 1$, čili mezní rychlost je

$$v_{\mathrm{m}} = \frac{1}{\sqrt{K}} . \tag{11}$$

Vidíme, že mezní rychlosti už máme spočtené, máme je výše v tabulce 1.

Závěr: Co dosud nevíme, aneb pokračování příště

Naše provokování rozhodně nebylo samoúčelné; o pádu koule v odporujícím prostředí jsme se při něm leccos dozvěděli. Něco v aproximacích pro malé a velké časy, něco i obecně: vztah (10) dává zrychlení po celou dobu pádu!

Nevíme ovšem vlastně to nejzajímavější: jak se rychlost a poloha padajícího tělesa mění „mezi hodně malými a hodně velkými časy". Nevíme tedy například, za jak dlouho těleso dosáhne mezní rychlosti (resp. přiblíží se jí řekněme na deset procent nebo jedno procento). A také nevíme, o kolik při pádu ve vzduchu železná koule předhoní dřevěnou.

To je věcí, které nevíme! Což ovšem vůbec není na škodu, protože nás to motivuje zakousnout se do problému hlouběji. Netřeba asi zdůrazňovat, že takhle vlastně funguje fyzika a veškerá věda. To nejzajímavější, to co nás pohání dál, jsou nezodpovězené otázky.

Vidíme, že bude potřeba spočítat pohyb poctivě od začátku do konce. Příslušný výpočet nás opět může naučit leccos nového – ale už se do tohoto článku nevejde. Proto chtě nechtě zakončíme hláškou jako ze seriálů:

… to be continued …

[11] Pozorný čtenář se může zeptat, proč „prakticky". Jak uvidíme v pokračování tohoto článku, přesné teoretické řešení problému vypadá tak, že rychlost se přibližuje mezní rychlosti, ale v konečném čase jí nikdy nedosáhne. Takže odporová síla je vlastně vždy o něco nižší než tíhová. Ovšem pokud se budou lišit už třeba jen o miliardtinu newtonu (a samotné síly jsou řádu mN nebo N), je asi rozumné říci, že se prakticky vyrovnají.

Literatura:

[1] Wikipedia, the free encyclopedia: *Gravity of Earth*. Dostupné online: https://en.wikipedia.org/wiki/Gravity_of_Earth

[2] Konečný P.: *Magnusův jev*. In: Veletrh nápadů učitelů fyziky 25. (Sborník z konference.) Ed.: V. Koudelková, P. Kácovský. MarfyzPress, Praha 2020. ISBN 978-80-7378-432-4. s. 175-184. Dostupné online: https://vnuf.cz/2020/sbornik_VNUF_2020.pdf

[3] Naše stromy: Objemová hmotnost dřeva. Online: http://www.nasestromy.cz/objemova-hmotnost-dreva/

[4] Wikipedia, the free encyclopedia: *Drag (physics)*. Dostupné online: https://en.wikipedia.org/wiki/Drag_(physics)

[5] Mikulčák J., Charvát J.: *Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy*. Prometheus, Praha, 2006.