

Magneticky levitující tužka – jak ji udělat co nejlepší

Leoš Dvořák

Katedra didaktiky fyziky, MFF UK, Praha

Abstrakt

Na internetu lze najít návody, jak nechat vznášet tužku, na níž jsou navlečeny dva magnety, nad dalšími magnety; tužka se přitom musí opírat hrotem o svislou destičku. Podobná věc se v trochu „estetičtější“ provedení dá i koupit. Fyzikální princip je jasný: odpuzování magnetů. Ale jak to udělat, aby vznášení tužky bylo co nejstabilnější? Jaký vliv má poloha spodních magnetů? A jejich počet? Jak a proč tužka kmitá kolem své rovnovážné polohy? Takovéto a podobné otázky jsme na naší dílně zkoumali zčásti i teoreticky, ale hlavně experimentálně s pomocí „laditelné levitující tužky“, kterou si všichni účastníci vyrobili. Příspěvek stručně popisuje konstrukci dané pomůcky, některé pokusy a závěry našeho zkoumání.

Úvod

Levitující pero resp. propisovačku můžete dnes koupit v mnoha e-shopech s dárkovými předměty.¹¹ Levitující tužku na stejném principu si ovšem můžete lehce vyrobit sami. Návodů na webu (včetně videí na YouTube) je nepřeberně; po zadání termínu „levitating pencil“ nabídne Google přes 450 tisíc odkazů. Pro české učitele fyziky zpopularizovala toto „udělátko“ zřejmě jako první nebo jedna z prvních Katka Lipertová, viz její příspěvek [1]. Návod se zjevně šíří mezi učiteli zapojenými v projektu Elixír do škol, jak o tom svědčí například informace z jednoho ze setkání regionálních center [2] nebo video na YouTube [3], které ukazuje, jak si takovou levitující tužku vyrobit. Katka Lipertová ve svém příspěvku odkazuje na webovou stránku Arwinda Gupty [4], kde je stručně popsáno několik možných konstrukcí; pro představu jednu z nich ukazuje obr. 1.



Obr. 1. Magnety nadnášejí tužku – konstrukce Arwinda Gupty (fotografie převzata z jeho webové stránky [4]).

¹¹ Abychom nebudili podezření, že propagujeme nějaké prodejce, nevedeme tu žádné adresy. Ale když zadáte např. do Googlu termín „levitating pen“ nebo „levitující pero“, získáte odkazů víc než dost – a můžete se kochat cenami asi od tří set přes pět tisíc korun. ©

Proč se tedy ještě levitující tužce věnovat?

Jedním z důvodů je fakt, že návody jsou často stručné a někdy to dokonce vypadá, že si trochu protiřečí. Např. v [1], [4-6] a řadě dalších zdrojů se uvádí, že magnet na tužce poblíž jejího hrotu se má přitahovat s magnety na destičce pod ní. Ovšem na další části stránky [4] se uvádí „one more combination“, kde se tyto magnety odpuzují; tutéž polaritu magnetů uvádí článek [7]. Svislá destička, o níž se opírá hrot tužky, má mít podle některých návodů důlek, do něhož hrot tužky zapadne (dle [3] se do destičky dokonce dělá dírka), jiné se o něm nezmiňují. Někde nejsou uvedeny rozměry (zejména pokud se týká pozice magnetů pod tužkou), někdy je i při dodržení uvedených rozměrů levitující tužka značně nestabilní, je náročné umístit ji do správné polohy a poté aby kolem ní člověk chodil téměř po špičkách. Problém to zřejmě dělá i některým autorům návodů.¹²

Druhý důvod souvisí s prvním. Jsme fyzici (a fyzikáři, tedy také fyzici), a tak nás zajímá, jak věci fungují. A je tedy přirozené nezastavit se jen na obecném konstatování „Ony se tam ty magnety odpuzují a tužku nadnášejí“. Při bližším pohledu na levitující tužku se vynořuje spousta otázek:

- Jak orientovat póly magnetů na tužce a pod ní?
- Jakou polohu mají mít magnety na tužce vzhledem k magnetům pod ní?
- Jak mají být od sebe vzdáleny magnety pod tužkou? Co se děje, když měníme jejich vzdálenost?
- Jak umístit magnety, aby se tužka vznášela co nejvýš? Kam nejvýš ji dokážeme dostat?
- A naopak: kam nejniž ji dokážeme dostat?
- Při jaké poloze magnetů je levitující tužka nejstabilnější?

Otázek může být i víc, ještě se k nim vrátíme. Ale každopádně bychom rádi chování levitující tužky co nejlépe pochopili a prozkoumali – z pragmatického hlediska už proto, abychom ji dokázali udělat co nejstabilnější, a třeba i při použití jiných magnetů.¹³ A navíc: pokusničit s levitující tužkou a vymýšlet přitom, co a jak její chování ovlivňuje, to je hrozně zajímavé!¹⁴

Konstrukce pro naše pokusničení

Konstrukci, s níž můžeme dělat pokusy s levitující tužkou, ukazuje obr. 2. Na dílně konference Elixíru do škol si ji během necelé čtvrt hodinky vyrobili všichni účastníci. Konstrukce umožňuje měnit některé parametry a vhodně je „naladit“, takže bychom mohli mluvit o „laditelné levitující tužce“.

¹² Například v [6] autor po optimistickém výkřiku “YOU CAN MAKE A PENCIL FLOAT IN MIDAIR!!” doprovázeném mnoha dalšími vykřičníky píše: “I didn't, but that doesn't mean you can't! You just need a LOT of patience!” A v [8] se píše: “Now, you need to have patience. Keep adjusting the magnets until you get the pencil to float — don't give up!”

¹³ Např. ve videu [3] se uvádí, že lépe fungující je varianta s feritovými magnety (než s magnety neodymovými). Patrně by tedy při použití neodymových magnetů bylo vhodné upravit některé rozměry pomůcky.

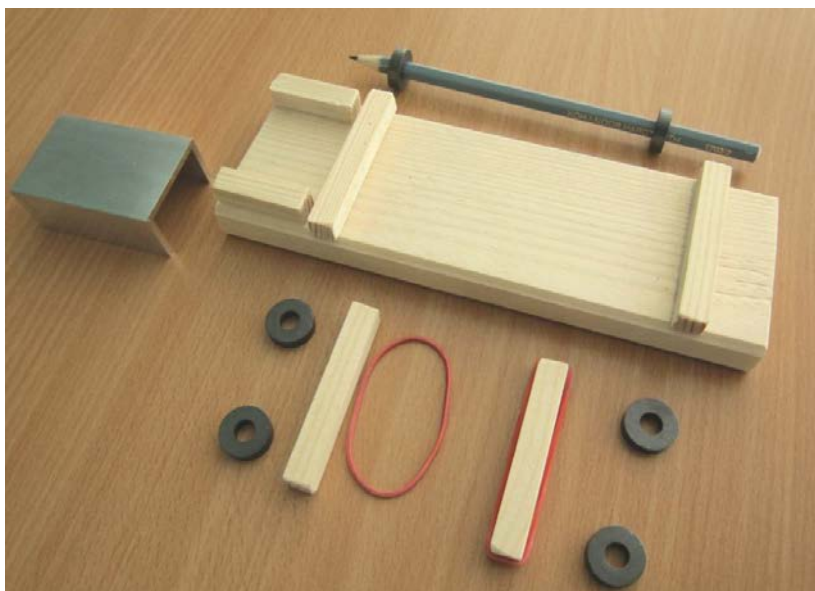
¹⁴ I když připouštím, že úplně první motivací, proč se tomuto problému věnovat, byl pro mě fakt, že jsem v první konstrukci podle návodu téměř nebyl schopen tužku umístit tak, aby nepadala. Motiv „to přece musí jít nějak udělat, abych i já se svými ‘olšovýma’ rukama zvládl nechat tužku levitovat“ byl velice silný, zvědavost na další aspekty problému přišla až pak.



Obr. 2. Konstrukce („laditelná levitující tužka“), s níž můžeme dělat pokusy.

Materiál použitý pro naši konstrukci ukazuje obr. 3:

- Dřevěná základní destička (šířky 6,5 cm, délky 20 cm; rozměry nejsou kritické)
- Dřevěné hranolky 1×1 cm (4 hranolky s délkou rovnou šířce destičky, dva kratší)
- Hliníkový profil sloužící jako svislá destička¹⁵
- Gumičky (běžné malé, prodávané v drogerii nebo v papírnictví)
- Lepidlo na dřevo (my jsme používali Herkules)
- Tužka (taková, aby se na ni daly těsně navléci magnety, viz poznámku dále)
- A to nejdůležitější: 6 prstencových feritových magnetů o vnitřním průměru 7,5 mm (ty jdou navléci na tužku). V našem případě šlo o magnety s vnějším průměrem 17,5 mm a výškou 5 mm, viz [8], patrně se dají sehnat i u jiných dodavatelů.



Obr. 3. Materiál pro „laditelnou levitující tužku“

¹⁵ V našem případě měl délku asi 6 cm, byl použit proto, že zbyl z jiných konstrukcí. (I s nařezáním na potřebnou délku lze objednat na [10].) Lze použít i cokoli jiného, co vytvoří svislou plošku.

Na obrázku 3 jsou už dva dlouhé hranolky nalepené na dřevěnou destičku. Na přesném umístění těchto hranolků nezáleží, je však třeba, aby byly kolmo na delší stranu destičky. Kratší hranolky u konce destičky jsou také nalepeny a to tak, aby se mezi ně těsně vešel hliníkový profil. Jeho polohu pak můžeme posouváním nastavovat.

Další dva hranolky k destičce nelepíme – jsou k přilepeným hranolkům přitaženy gumičkami. Mezi hranolky pak vsuneme magnety, viz obr. 4. Díky tření magnety drží na místě a jejich vzdálenost můžeme nastavovat. Magnety orientujeme tak, aby byly pólovány stejným směrem; poznáme to tak, že se z boku odpuzují.



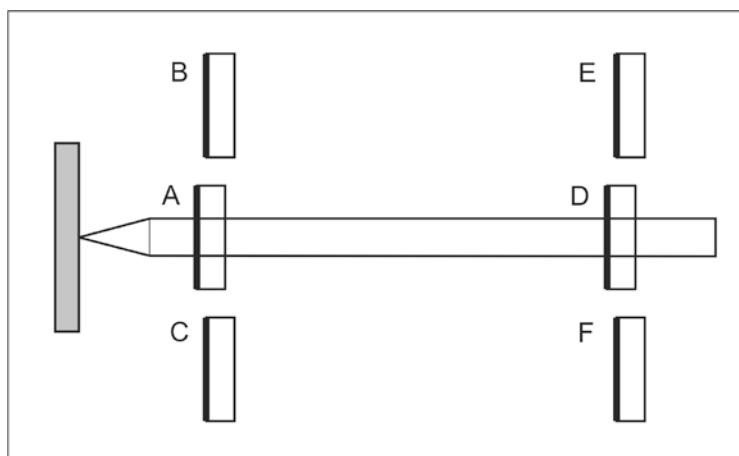
Obr. 4. Magnety na základní destičce drží mezi dvojicemi hranolků, které k sobě přitahují gumičky

Magnety na tužku nastrčíme tak, aby se od magnetů na destičce také z boku odpuzovaly – a to na obou jejích koncích (!), viz obr. 5.

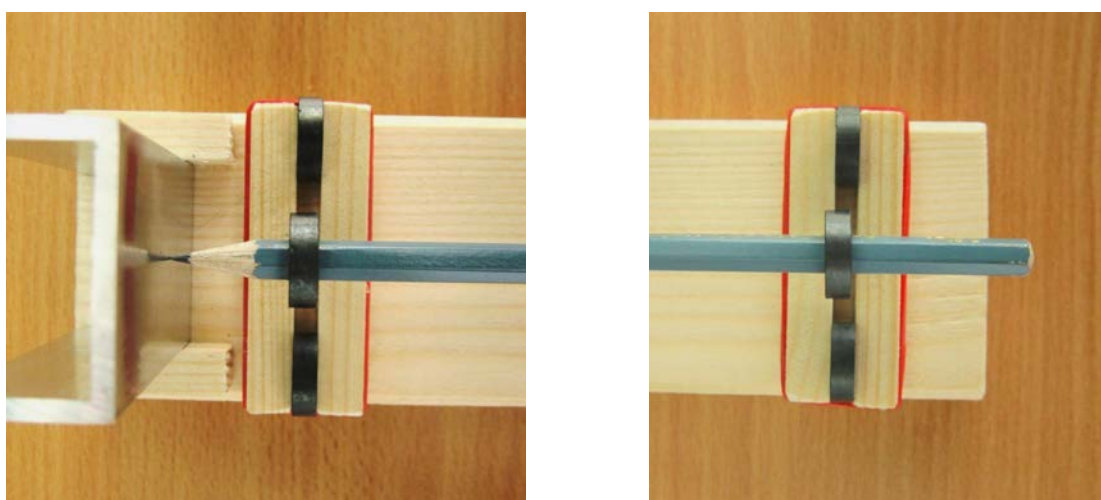
Poznámka k vhodné tloušťce tužky: Nejlepší je, když magnety lze nasadit na tužku dostatečně těsně, aby je bylo možno větší silou posouvat, ale aby na ní samy „nekvrdlaly“. Pokud je tužka tenčí, lze na ni nalepit jednu nebo víc vrstev izolepy, jak to ukazuje návod [3]. Mně se spíš stalo, že tužky byly o něco tlustší, pak bylo třeba jejich hrany trochu seříznout nožem nebo obrousit pilníkem. (Podobný zásah je vidět na obr. 1.) Výsledek není sice nejestetičtější, ale funguje.¹⁶

Vzdálenost magnetů na tužce by měla být stejná jako vzdálenost magnetů na destičce (ve směru delší strany destičky). Magnety na tužce posuňte tak, aby, když se špička tužky opírá o hliníkový profil, byly téměř v rovině magnetů na destičce, ale trochu blíže ke špičce tužky, jak to ukazují obr. 5 a 6. Polohu tužky ve směru delší osy destičky můžeme jemně upravovat posouváním hliníkového profilu.

¹⁶ Děkuji Věře Koudelové za obstarání tužek, které do děr prstencových magnetů perfektně „sedly“. (Šlo o KOH-I-NOOR HARDTMUTH 1703/2.) Díky tomu jsme na dílně na konferenci nemuseli nic brousit.



Obr. 5. Pólování a umístění magnetů



Obr. 6. Umístění magnetů na tužce vzhledem k magnetům na destičce

Při dané konfiguraci a poloze magnetů by se již tužka měla nad spodními magnety bez problémů vznášet¹⁷. Pokud se nevznáší, zkontrolujte, zda se skutečně magnet A na tužce (viz obr. 5) odpuzuje od obou magnetů B a C, právě tak se musí odpuzovat magnet D od magnetů E a F.¹⁸ Tužka se také musí sama slabě přitlačovat hrotem ke svislé destičce, pokud tomu tak není, posuňte svislou destičku o kousek ve směru, kterým ukazuje hrot. (Nebo o kousek posuňte magnety na tužce.) Přitlačování je zajištěno právě tím, že magnety na tužce nejsou přesně v rovině dané magnety na destičce, ale o kousek blíže ke svislé destičce. A ještě jedna poznámka: Magnety na destičce nesmí být příliš blízko sebe, posuňte je spíše ke krajům destičky.

Vznášení tužky nad destičkou by teď nemělo být příliš citlivé na vnější vlivy; mírný pohyb destičkou už by neměl tužku shodit. A můžeme začít experimentovat.

¹⁷ Všem účastníkům dílny se také bez problémů vznášela.

¹⁸ Poznámka: Magnety D, E a F by také všechny mohly být orientovány opačně, na levitaci tužky to nebude mít vliv.

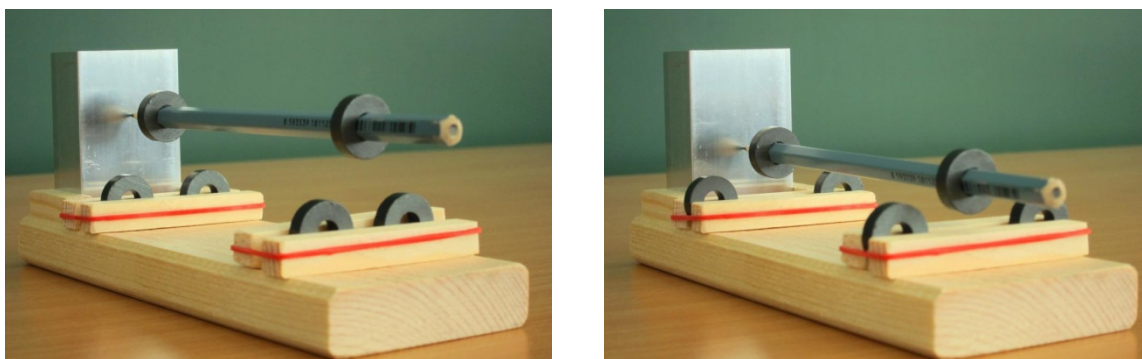
Pokusy s „laditelnou levitující tužkou“

Pokud si následující pokusy chcete „badatelsky užít“, zkuste si přečíst vždy jen jejich zadání, experimentujte a až pak si přečtete, k jakým výsledkům pokusy vedou. Nebo ještě lépe: Podívejte se na otázky v části Úvod a pomocí pokusů se na ně snažte najít odpovědi.

Měníme vzdálenost magnetů

Co se stane, jestliže magnety na destičce přiblížíme blíže k sobě? Tedy když přiblížíme k sobě, směrem k ose destičky, magnety B a C a E a F, viz obr. 5.

Pokusy ukážou, že tužka se zvedne výše. Když naopak magnety od sebe vzdálíme, výška tužky nad destičkou se zmenší. Výsledek pokusů ukazuje obr. 7.



Obr. 7. Změnou vzdálenosti magnetů na destičce lze měnit výšku levitace tužky

Konec tužky vzdálenější od hrotu svou výšku mění bez problémů. Hrot tužky se díky tření změně výšky trochu „brání“; lze mu pomoci tak, že tužku od svislé destičky jemně o kousek odtáhneme¹⁹. Pomůže také, když tužku roztočíme, to tření poněkud zmenší a hrot tužky „dotančí“ na místo, kde je tužka v rovnováze.

Vidíme, že rozhodně nepotřebujeme dělat do svislé destičky žádný důlek. Ten by byl potřeba jen v případě, kdy by se magnet A k magnetům B a C přitahoval, tedy jeho polarita by byla obráceně, než ukazuje obr. 5. Tužka by pak na daném konci nespadla dolů právě jen díky tomu, že je „zakleslá“ v důlku.²⁰

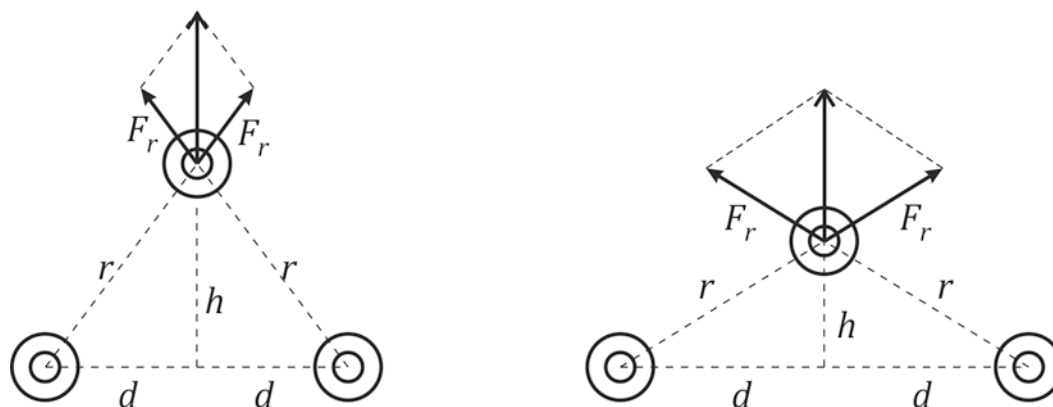
Přejdeme od pokusů k jejich interpretaci. Jak pochopit daný výsledek? Proč třeba tužka při zvětšování vzdálenosti dolních magnetů klesá?

Kvalitativně se to dá pochopit vlastně jednoduše. Když zvětšíme vzdálenost dolních magnetů ($2 \cdot d$, viz obr. 8), zvětší se vzdálenost r magnetu na tužce od dolních. Větší vzdálenost ovšem znamená menší odpudivou sílu F_r . (Magnety se odpuzují více, když jsou k sobě blíže.) Takže výška h , ve které je tužka, se musí zmenšit, aby se zase zmenšilo r a síla stoupla.²¹

¹⁹ Ale opravdu jen o kousek, jinak nám tužka spadne ve směru od destičky.

²⁰ Pokud byste zkoušeli tuto konfiguraci, musí být magnet A na tužce naopak dál od hrotu, než je rovina daná magnety B a C, tak, jak je to vidět na obr. 1.

²¹ Navíc se poněkud změní i směr sil od spodních magnetů, takže síla odpuzování magnetů je potřeba ještě o něco větší, čili r o něco menší.



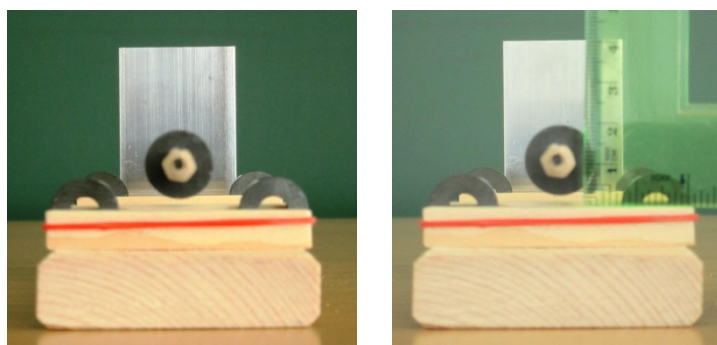
Obr. 8. Při vzdálení spodních magnetů se tužka vznáší níže

Dosavadními pokusy jsme odpověděli již na tři z otázek položených v Úvodu. Pusťme se do zkoumání dalších.

Jak vysoko a jak nízko se může tužka vznášet?

Proč nemůžeme nechat tužku vznášet libovolně vysoko nebo nízko? Zkusme nejdřív výšku tužky snižovat. Dolní magnety budeme od sebe postupně vzdalovat. Při určité vzdálenosti ale zjistíme, že tužka „propadne“ dolů. Vysvětlit to pomůže pravý obrázek na obr. 8.

Když je výška h příliš malá, odpudivé síly od dolních magnetů míří již téměř proti sobě a při dalším snížení h se průmět síly do svislého směru ještě sníží a nestačí už tužku udržet. Praktické pokusy ukážou, že nejnižší výška, při které se tužka ještě vznáší, je asi $h = d/2$.²² (Jde o výšku osy tužky nad spojnicí středu dolních magnetů; nejmenší výška je tedy rovna asi čtvrtině vzdálenosti os dolních magnetů.)



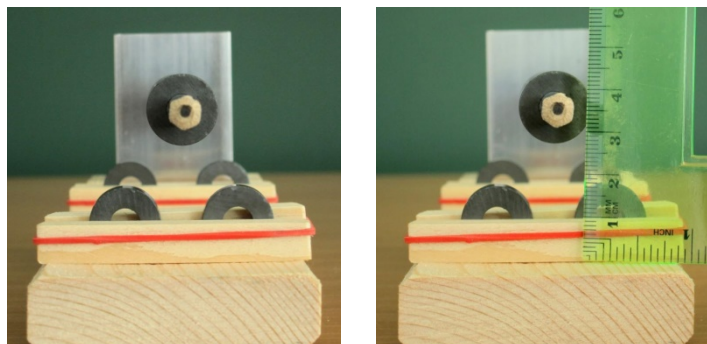
Obr 9. Nejnižší poloha tužky, které lze rozumně dosáhnout

Jak ukazují fotografie na obr. 9, pro použité magnety je nejmenší výška tužky nad středy dolních magnetů, které lze rozumně dosáhnout, asi 1,2 až 1,3 cm; vzdálenost středů dolních magnetů je asi 4,8 cm.

Když k sobě naopak dolní magnety přibližujeme (zmenšujeme d), tužka se bude vznášet výš (zvětšuje se h). Ovšem zároveň se stává citlivější na výchylky do strany. I při menší výchylce tužka snadno ztratí stabilitu a „sklouzne“, nejdřív do boku a pak samozřejmě

²² h je výška osy tužky nad spojnicí středu dolních magnetů. Jde o výšku měřenou na konci vzdálenějším od hrotu; jak už jsme uvedli, u hrotu se projevuje tření o svislou destičku, tato třecí síla také může působit vzhůru a udržet hrot v o něco nižší výšce než $d/2$.

dolů. Pokusem si můžeme ověřit, že mezní výškou, do které dokážeme tužku dostat, je asi $h = 2d$; výška tužky je pak stejná jako vzdálenost spodních magnetů.



Obr. 10. Nejvyšší poloha tužky, které lze rozumně dosáhnout

Jak vidíme z fotografií na obr. 10,²³ s použitými magnety je největší výška tužky nad středy dolních magnetů, které lze rozumně dosáhnout, asi 2,6 cm; vzdálenost středů dolních magnetů je přitom asi 2,7 až 2,8 cm.

Rozmezí výšek, v nichž tužka může levitovat, lze odvodit i teoreticky. Pokud magnety považujeme za velmi malé dipóly²⁴, je síla jejich odpuzování nepřímo úměrná čtvrté mocnině jejich vzdálenosti. Z teoretických výpočtů pak vyplývá, že levitující tužka je ve stabilní rovnováze právě v intervalu $h \in (d/2, 2d)$.^{25 26}

Jaká výška je pro levitování tužky optimální?

Přesněji bychom otázku na optimální výšku mohli přeformulovat: V jaké výšce je vznášení tužky nejstabilnější? Tento případ nás zajímá z praktického hlediska. V optimální poloze bude tužka nejlépe „vzdorovat“ vnějším vlivům: otřesům, posunům základní destičky případně proudění vzduchu.

Pokud je tužka blízko své nejnižší možné poloze (viz obr. 9), je hodně stabilní vůči výkyvům do strany, ale při vychýlení směrem dolů může snadno „propadnout“. Když je naopak blízko nejvyšší poloze, je stabilní vůči výkyvům nahoru a dolů, ale málo stabilní vůči výchytkám do strany. Optimální poloha, při níž bude tužka dostatečně stabilní vůči výchytkám jak ve svislém, tak ve vodorovném směru, tedy zjevně bude někde „mezi“.

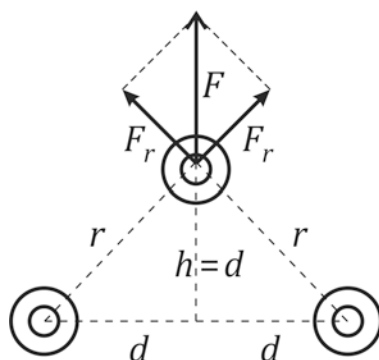
Celkem přirozeně nás může napadnout zkusit polohu, v níž je $h = d$, viz obr. 11. A opravdu, pokusy ukáží, že v této poloze je tužka „zhruba stejně stabilní“ vůči výchytkám do všech směrů. Stejný výsledek dostaneme i z teoretických úvah, pokud magnety uvažujeme jako malé dipóly, příslušné výpočty však v tomto příspěvku nebudeme uvádět.

²³ Ne všechny hodnoty na pravítku jsou bohužel na obr. 9 a 10 dobře čitelné, ale uvedené fotografie vzdálenosti přece jen ilustrují. Ostatně: Ověřte si dané hodnoty při vlastních pokusech. (Pokud použijete jiné magnety, hodnoty se samozřejmě mohou lišit, poměry výšky tužky a vzdálenosti magnetů by však měly zůstat stejné.)

²⁴ V limitě půjde o elementární dipóly.

²⁵ Příslušnými výpočty tento článek zatěžovat nebudeme, proto tento výsledek uvádíme jen pro informaci.

²⁶ Reálně samozřejmě naše magnety nejsou elementárními dipóly, takže konkrétní výšky tužky se mohou poněkud lišit, ale přesto tato aproximace docela dobře popisuje reálnou situaci.



Obr. 11. Optimální poloha levitující tužky

S konkrétními použitými magnety (a konkrétní tužkou, těžší tužka samozřejmě klesne níž²⁷) je vhodná výška tužky $h \doteq 2$ cm, optimální vzdálenost dolních magnetů je tedy asi 4 cm. Teoretické odvození výšky tužky v tomto případě uvádíme pro zájemce níže v Dodatku.

Další otázky, další pokusy

Otázky uvedené v Úvodu jsme již na základě výše uvedených pokusů zodpověděli. Zdaleka jsme tím však nevyčerpali vše, co lze na levitující tužce zkoumat. Pojdme se podívat na některé další možnosti.

Frekvence kmitů tužky ve svislém a vodorovném směru

Pokud do levitující tužky lehce strčíme, kmitá. Kmitání je dobře vidět na konci tužky. Většinou kmitá současně jak ve vodorovném, tak ve svislém směru a kmitání vypadá lehce „neuspořádaně“; výsledná trajektorie také může připomínat Lissajousovy obrazce. Při troše úsilí se nám však může podařit rozkmitat konec tužky pouze ve svislém a případně i pouze ve vodorovném směru²⁸.

Je zajímavé všimnout si frekvence kmitů v případech, kdy je tužka co nejnižší a naopak co nejvyšší. Pokud je tužka blízko své nejnižší poloze, je frekvence vodorovných kmitů poměrně vysoká, zato frekvence svislých kmitů nízká; opatrným vzdalováním dolních magnetů se ji můžeme snažit udělat co nejnižší. Lze dosáhnout toho, že perioda kmitů je 1 sekunda ev. i o něco delší²⁹. Naopak pokud je tužka vysoko, jsou svislé kmity rychlé, ale kmity ve vodorovném směru mají periodu delší.

Pro tužku v „optimální poloze“ je frekvence kmitů ve vodorovném i svislém směru prakticky stejná, pro naše konkrétní magnety a tužku činila asi 4 Hz.³⁰ Stejná frekvence nám pro svislé kmity vyjde i z přibližného teoretického odhadu, při němž využijeme známý

²⁷ Samozřejmě přitom závisí i na tíhovém zrychlení, na Měsíci byste museli vzdálenost magnetů příslušně upravit. (A například na mezinárodní kosmické stanici byste žádné magnety nepotřebovali, tam by ovšem levitace tužky nikoho nepřekvapila. ☺)

²⁸ Ve vodorovném směru je to horší a musíme se omezit jen na hodně malé výchylky. Při vychýlení do strany se totiž mění i svislá složka síly na magnet na tužce, ta je proto rozkmitávána i nahoru a dolů.

²⁹ Můžeme si přitom všimnout toho, že při větších výchylkách tyto kmity nejsou harmonické: část periody, kdy je tužka pod svou rovnovážnou polohou, trvá déle, než část periody, kdy je nad ní.

³⁰ To lze ještě celkem bez problémů naměřit bez speciálních přístrojů, jen se stopkami.

vzorec pro periodu kmitů závaží na pružině, $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, kde m je hmotnost závaží a k tuhost pružiny. Jako hmotnost závaží můžeme přibližně vzít polovinu celkové hmotnosti tužky s dvěma navlečenými magnety³¹, ta byla v našem případě asi 7 g. Místo pružiny zde máme odpuzující se magnety. Tuhost této „pružiny“ můžeme jednoduše určit tak, že na konec tužky dáme malé závaží (např. z kousku papíru³²) a změříme, o kolik konec tužky poklesne. V našem případě šlo o závaží o hmotnosti 2,5 g, takže síla byla $25 \cdot 10^{-3}$ N a pokles konce tužky byl asi 4 až 5 mm. Odtud vychází tuhost $k \doteq 5$ N/m a z ní pak perioda kmitů asi 0,23 s.

Co ještě by šlo zkoumat: dva magnety místo jednoho

Co se stane, jestliže na tužku u konce vzdálenějšího od špičky nasadíme místo jednoho magnetu dva? Jak se změní výška tužky a jak frekvence jejích kmitů?

Pokud by hmotnost tužky byla zanedbatelná vůči hmotnosti magnetů, tak se – pro někoho možná překvapivě – nezmění nic. Dva magnety na tužce tam, kde byl dřív jeden, znamenají (při stejné vzdálenosti) dvakrát větší odpudivou sílu. Ovšem také dvakrát větší tíhu. Proto se nezmění poloha, v níž se tužka vznáší. Podobně je tomu s kmitáním. Se dvěma magnety bude tuhost k „magnetického závěsu“ dvakrát větší; dvakrát větší je i hmotnost m , takže dvojky se ve vzorci pro periodu vykrátí.

Samozřejmě, hmotnost tužky není zanedbatelná, takže jak poloha, tak frekvence kmitů se trochu změní, ale jak si můžete sami vyzkoušet, ne nijak výrazně.

Ovšem co když dáme po dvou magnetech místo jednoho na místa dolních magnetů? Pak se samozřejmě výška tužky i frekvence změní. Nečekejte ovšem, že se tužka bude vznášet podstatně výše. Pokud se tužka předtím vznášela v „optimální poloze“ dle obr. 11 a po „zdvojení“ posunete dolní magnety tak, aby byla opět v optimální poloze, pak se výška tužky zvětší jen o necelých dvacet procent. Proč? Odpudivá síla musí zůstat stejná. Díky dvojnásobku dolních magnetů by se zvýšila na dvojnásobek, to se ale vykompenzuje zvýšením faktoru r^4 ve jmenovateli.³³ To znamená, že r^4 se musí zvýšit dvakrát, čili r se musí zvýšit v poměru čtvrtá odmocnina ze 2. A to je právě necelých 1,2.³⁴

Podobně je tomu s frekvencí, také se bude lišit o zhruba 20 %.

Samozřejmě bychom mohli přidávat další magnety. Ovšem příliš dlouhé dolní magnety by už nefungovaly jako malé dipóly, při překročení určité délky by už dokonce síla, kterou se odpuzují magnety na tužce, klesala.

³¹ Druhou polovinu nadnášejí magnety na druhém konci tužky, navíc je tato druhá polovina i s magnetem blízko špičky tužky, takže její rozkvv je mnohem menší. Přesnější výpočet, kdy uvažujeme, že tužka kmitá jako tyč kolem osy na jednom svém konci a magnety bereme jako hmotné body na této tyči, ukáže, že aproximace jediným závažím hmotnosti m kupodivu není tak špatná.

³² Závaží samozřejmě nesmí být z feromagnetického materiálu!

³³ Viz vztah pro sílu mezi dvěma malými magnety v Dodatku. r je vzdálenost mezi magnety.

³⁴ $\sqrt[4]{2} \doteq 1,1892$

Závěr

Závěrem můžeme shrnout, jaká doporučení pro zhotovení dobře fungující levitující tužky plynou z našeho experimentování.

- 6) Magnety je třeba orientovat tak, aby dolní magnety vždy odpuzovaly magnet na tužce nad nimi. (Viz obr. 5.) Na svislé destičce, o níž se opírá hrot tužky, pak není třeba dělat žádný důlek.
- 7) Magnety na tužce jsou oproti dolním magnetům o kousek posunuty směrem k hrotu tužky. (Viz obr. 5 a 6.)³⁵
- 8) Vzdálenost dolních magnetů od sebe (ve směru kolmém na osu tužky) je třeba zvolit tak, aby výška osy tužky nad spojnicí os dolních magnetů byla polovinou vzdálenosti jejich středů. (Viz obr. 11.)³⁶ Pak je stabilita levitující tužky nejlepší.
- 9) Pokud chcete zvýšit stabilitu tužky vůči bočním výchylkám, můžete dolní magnety posunout trochu dál od sebe. Tužka pak bude levitovat o něco níž. Pokud je ale vzdálenost dolních magnetů příliš vysoká, tužka se neudrží a „propadne“ dolů.
- 10) Na přesné vzdálenosti magnetů od hrotu tužky a od jejího konce prakticky nezáleží; magnety mohou být téměř u konců tužky nebo trochu blíže jejímu středu.³⁷
- 11) Pokud chcete, aby tužka (v optimální poloze) levitovala o trochu výš, můžete dolní magnety zdvojit, nebo na jejich místo dát delší magnety případně i magnety o větším průměru.³⁸

Konstrukci levitující tužky si samozřejmě můžete přizpůsobit dle libosti, zejména pokud nechcete „ladit“ její parametry. Svislá destička nemusí být z hliníkového profilu, základní destička nemusí být dřevěná... pro alternativní konstrukce se lze inspirovat řadou existujících návodů, třeba již zmíněných [1-6]. Věřím, že pokusy a z nich plynoucí doporučení uvedené v tomto příspěvku vám umožní vhodně zvolit parametry vaší konstrukce a zkonstruovat tužku levitující tak spolehlivě, že k jejímu umístění nad dolní magnety se nebudete muset obrnit spoustou trpělivosti zmiňovanou v některých jiných návodech.

Levitující tužku můžete používat třeba jen jako hezkou hračku či ozdobu na stůl. Můžete ji však využít i ve výuce fyziky na nejrůznějších úrovních. Pro ilustraci odpuzování magnetů se hodí už na úrovni ZŠ; pokud byste chtěli pořádně počítat, jak je to se stabilitou tužky a s frekvencí jejích kmitů, dostanete se už na úroveň vysokoškolské fyziky.³⁹

Tak si levitující tužku, ať už na jakékoli úrovni, pořádně užijte!

³⁵ Stačilo by, kdyby takto byl posunut jen jeden z magnetů na tužce, třeba ten u hrotu. Druhý už může být přesně v rovině dolních magnetů. O kolik magnet na tužce posunout, je vhodné vyzkoušet; posunutí musí zajistit, aby byl hrot tužky dostatečně přitlačován ke svislé destičce, aby tak při případném otřesu tužka „neujela“ směrem od destičky.

³⁶ Pro použité magnety a tužku je vhodná vzdálenost středů dolních magnetů asi 4 cm. Záleží ovšem i na tíze tužky, velikosti a typu magnetů... pro konkrétní případ je vhodnou vzdálenost třeba vyzkoušet.

³⁷ Tohle jsme sice v našich pokusech prakticky nezkoušeli, ale můžete si ověřit, že je tomu tak.

³⁸ Nečekejte od toho ale žádné zázraky, popsánymi jednoduchými zásahy se výška zvětší maximálně o pár desítek procent.

³⁹ Kmitání tužky můžeme brát jako příklad malých kmitů soustavy hmotných bodů, které se probírají v teoretické mechanice.

Dodatek: Jak teoreticky spočít výšku levitující tužky

V tomto dodatku spočteme výšku levitující tužky pro případ zobrazený na obr. 11, kdy odpudivá síla od každého z dolních magnetů svírá se svislým směrem úhel 45° . Z obrázku je vidět, že síla ve svislém směru $F = \sqrt{2} F_r$, kde F_r je odpudivá síla mezi magnety ve vzdálenosti r . Síla působící nahoru se musí rovnat tíze magnetu a části tužky. Ty mají dohromady $m = 7$ g, takže musí být $F = mg \doteq 7 \cdot 10^{-2}$ N. To znamená, že odpudivá síla mezi magnety F_r musí být asi 0,05 N.

Pro náš výpočet budeme magnety považovat za velmi malé, tedy budeme je brát jako elementární dipóly. Odpudivá síla mezi dvěma dipóly orientovanými tak, jak to ukazuje obr. 12 (což odpovídá orientaci magnetů v naší levitující tužce) je dána vztahem⁴⁰

$$F_r = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{3 m_1 m_2}{r^4}. \quad (1)$$

Zde μ_0 je permeabilita vakua⁴¹, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T/(A/m), r je vzdálenost dipólů a m_1 a m_2 jsou magnetické momenty prvního a druhého magnetu. Přesněji řečeno, jde o tzv. Coulombovy magnetické momenty.⁴²

Magnetický moment magnetu délky l , jehož pól má plochu S je (viz vztahy (3) a (4) v [12]):

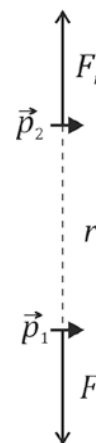
$$m = B_{v \text{ mag}} S l = B_{v \text{ mag}} \cdot V_{\text{magnetu}}, \quad (2)$$

kde $B_{v \text{ mag}}$ je magnetická indukce uvnitř magnetu, výrobci často označovaná jako magnetická remanence B_r . Pro námi použité feritové magnety činí asi 0,4 T. Objem použitého prstencového magnetu je asi $1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$, takže jeho magnetický moment je asi $4 \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}^3$.

Z (1) plyne, že má-li být odpudivá síla F_r , musí být vzdálenost magnetů

$$r = \sqrt[4]{\frac{3 m_1 m_2}{4\pi\mu_0 F_r}} \quad (3)$$

V našem případě je $m_1 = m_2 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}^3$, $F_r = 5 \cdot 10^{-2}$ N; dále je $4\pi \mu_0 = 1,58 \cdot 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{m}/\text{A}$.⁴³



Obr. 12. K odpuzování magnetických dipólů

⁴⁰ Lze jej najít ve vysokoškolských učebnicích elektřiny a magnetismu; někdy bývá odvozen spíše pro sílu mezi elektrickými dipóly, síla mezi magnetickými momenty je analogická.

⁴¹ Pokusy provádíme ve vzduchu, ale jeho permeabilita je prakticky stejná jako permeabilita vakua.

⁴² V literatuře se obvykle jako magnetický moment označuje tzv. Ampérův magnetický moment \vec{m}_A , s Coulombovým magnetickým momentem \vec{m}_C je spojen vztahem $\vec{m}_A = \vec{m}_C / \mu_0$. My zde ve vztahu (1) a dále označujeme Coulombov magnetický moment prostě jako \vec{m} bez indexu C . Pokud v literatuře najdete pro sílu mezi magnetickými dipóly vztah, v němž je μ_0 v čitateli a ne ve jmenovateli zlomku, pak jsou v něm použity právě Ampérovy magnetické momenty.

⁴³ Všechny veličiny jsou v jednotkách SI, po dosazení vyjde r v metrech; zde toto nebudeme zvlášť odvozovat. (Jak bývá psáno „čtenář snadno nahlédne...“. Rozměrovou kontrolu můžeme udělat buď s pomocí tabulek, nebo když si uvědomíme, že ze vztahu $F = B I l$ plyne, že $1 \text{ N} = \text{T} \cdot \text{A} \cdot \text{m}$. Součin $\mu_0 F$ má tedy jednotku $\text{T}^2 \cdot \text{m}^2$. Součin magnetických momentů má jednotku $\text{T}^2 \cdot \text{m}^6$ a odtud už je výsledná jednotka zřejmá.)

Po dosažení pak

$$r \doteq \sqrt[4]{\frac{3 \cdot 16 \cdot 10^{-14} \text{ m}^4}{1,58 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}} \doteq \sqrt[4]{60,8 \cdot 10^{-8} \text{ m}} \doteq 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Z obr. 11 je zřejmé, že výšku h dostaneme z r vydělením $\sqrt{2}$. Vyjde $h \doteq 2 \text{ cm}$, v dobré shodě s tím, co jsme získali z experimentů.

Literatura

- [1] Lipertová K.: *Fyzikální blbinky pro malé i větší*. In: Dílny Heuréky 2017. Sborník konference projektu Heuréka. Ed. V. Koudelková, Matfyzpress, Praha, 2018, ISBN 978-80-7378-359-4. s. 60-69. Dostupné online: https://kdf.mff.cuni.cz/heureka/sborniky/DilnyHeureky_2017.pdf (Cit. 20. 7. 2019)
- [2] Svoboda J.: *Levitace*. (Informace ze setkání regionálního centra Elixíru do škol Humpolec) Dostupné online: <https://elixir-do-skol-rc-humpolec.webnode.cz//magnetismus-a-diamagnetismus/> (Cit. 20. 7. 2019)
- [3] Broža P.: *Levitující tužka – magnetické ložisko*. Vyrobeno s podporou Elixíru do škol. (video) Dostupné online: <https://www.youtube.com/watch?v=KpDmqIVgX1k> (Cit. 20. 7. 2019)
- [4] Gupta A.: *Magnetic levitation*. (Webová stránka) Dostupné online: <http://www.arvindguptatoys.com/toys/levitation.html> (Cit. 20. 7. 2019)
- [5] Gupta A.: *It levitates, it spins, it writes*. Dostupné online: <http://www.arvindguptatoys.com/arvindgupta/toys/pdf/levitationdoit.pdf> (Cit. 20. 7. 2019)
- [5] Stewpea: *The Levitating Pencil Experiment*. Dostupné online: <https://steemit.com/steemiteducation/@sweetpea/the-levitating-pencil-experiment> (Cit. 20. 7. 2019)
- [6] CharlieA11: *How to make a pencil levitate*. Dostupné online: <https://www.instructables.com/id/HOW-TO-MAKE-A-PENCIL-LEVITATE/> (Cit. 20. 7. 2019)
- [7] Kagan D.: *Building a magnetic levitation toy*. The Physics Teacher **31** (Oct. 1993), 432-433.
- [8] Explorabox: *Magnetic levitation*. Dostupné online: <http://www.explorabox.org/activities/electricity-and-magnetism-2/magnetic-levitation/> (Cit. 20. 7. 2019)
- [9] Neomag: *Magnet FP002 - 17,5x7,5x5 F30*. Dostupné online: <http://www.neomag.cz/cz/katalog/feritove-magnety/prstence-ferity/fp002-17-5x7-5x5-f30/> (Cit. 21. 7. 2019)
- [10] e-hliník: *Hliníkový U profil 40X25X3*. Dostupné online: <https://www.ehlinik.cz/hlinikovy-u-profil-40x25x3/pro-8ZU0000101.html> (Cit. 21. 7. 2019)

- [11] Dvořák L.: *O magnetech II.* In: Dílny Heuréky 2017. Sborník konference projektu Heuréka. Ed. V. Koudelková. Matfyzpress, Praha 2018. ISBN 978-80-7378-359-4. s. 7-21. Dostupné online:
http://kdf.mff.cuni.cz/heureka/sborniky/DilnyHeureky_2018.pdf (Cit. 28. 7. 2019)

Pozn.: V některých z výše uvedených zdrojů nešlo dohledat jméno autora, proto je na místě jména uvedena přezdívkou, pod níž se autor na webu identifikuje.