

Vlnění a akustika s gumičkou a počítačem

Leoš Dvořák

KDF MFF UK Praha

Abstrakt:

V první části příspěvek popisuje experimenty pro jednoduché kvantitativní zkoumání postupného a stojatého vlnění na kloboukové gumě a prezentuje dvě zjednodušená teoretická odvození vztahu pro rychlost šíření příčných vln na struně. Ve druhé části dává náměty pro zkoumání zvuku pomocí počítače s využitím freewareového programu Winscope a obsahuje základní rady, jak s tímto programem pracovat.

Úvod

Dílna „Vlnění a akustika“ se konala na semináři Heuréky v září 2003. Následující text obsahuje vybrané mírně upravené části pracovních materiálů pro tuto dílnu. Soustředují se na dva okruhy: • příčné vlnění na gumičce a • zviditelnění zvuku na počítači s využitím co nejjednodušších (a nejlacinějších) pomůcek a některá s tím související měření. Oba okruhy jsou na sobě nezávislé.

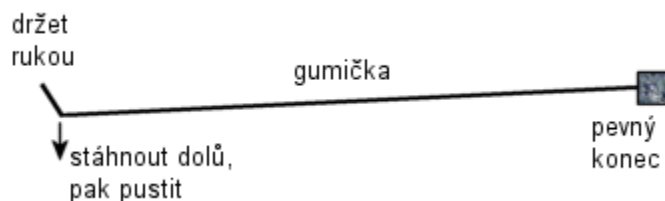
Části následujícího textu jsou formulovány ve formě úkolů, tak jak tomu bylo v původních pracovních materiálech. (Hvězdičkou * jsou v nich označeny rozšiřující úkoly resp. úkoly „pro labužníky“.) Další části obsahují doplňující informace, odvození či „technické rady“.

Zkoumáme vlnění na gumičce

Pro následující pokusy potřebujete několik metrů běžné kloboukové gumy nebo o něco silnější gumy (do bund apod.). Oba druhy v různých barvách lze koupit v textilní galanterii.

Vezměte pár metrů kloboukové gumy, na jednom konci uvažte k pevnému předmětu (třeba klíče od okna), mírně napněte. Druhý konec držte v ruce. Tímto koncem můžete gumu rozkmitávat nebo jí m škubnout a sledovat, jak se podél gumy šíří rozruch (vlna). Jde o příčné vlnění. Na pevném konci gumy se vlna odráží.

Obrázek ukazuje, jak vyslat puls (příčnou postupnou vlnu) po kloboukové gumě:



Puls („zub směrem dolů“) se pak po gumě šíří směrem doprava. Vpravo se na pevném konci odrazí a jako „zub směrem nahoru“ se vrací zase doleva. A nyní již následují úkoly:

Postupné vlnění

1. Změřte rychlost šíření vln na gumě.
(Délku gumy zvolte např. 5 m, rozruch se odráží na koncích tam a zpět a i když se tlumí, lze změřit dobu, za níž se pohyboval 10krát tam a zpět, tedy celkem 100 m.)
2. Jak závisí rychlost šíření vln na síle, kterou je napínána gumička?
Proměřte (objevte) tuto závislost – alespoň kvalitativně, ev. i * kvantitativně.
3. * Učebnice udávají pro rychlost šíření příčných vln na struně vztah $v = \sqrt{F/\mu}$.
Ověřte, jak přesně platí pro naši gumičku. Diskutujte, proč by měl nebo neměl platit přesně.
4. * Zkuste vztah pro rychlost vln odvodit z rozměrových úvah.
(Řešení najdete v následující kapitole „Trocha jednoduché teorie“.)
5. Zkuste realizovat volný konec gumičky. (Stačí konec gumičky připojit k pevnému držáku přes delší nit. Uvědomte si, proč se pak konec gumičky chová jako volný konec.)
Pozorujte odraz vln na volném konci.

Stojaté vlnění

Opět použijte kloboukovou gumu (zase třeba 5 m dlouhou) na jednom konci uvázanou k pevnému předmětu, na druhém konci drženu v ruce.

1. Rozkmitujte gumu rukou tak, aby na ní vznikly stojaté vlny – postupně 1, 2 a 3 půlvlny. Ukažte, kde jsou kmitny a uzly. Jaká je vlnová délka těchto vln?
2. Rozkmitujte gumu pomocí ruční akumulátorové vrtačky.
(Do sklícidla místo vrtáku upněte malou „metličku“ z tlustšího drátu. Touto metličkou se zespoďu dotýkejte gumy u jednoho konce. Místo akumulátorové vrtačky můžete využít i malou vrtačku pro plošné spoje připojenou k ploché baterii.)
Ukažte kmitny a uzly, ukažte vlnovou délku.
Měňte rychlost otáček a ukažte, že při vyšší frekvenci je kratší vlnová délka.
3. Pro gumu rozkmitávanou rukou měřte periodu stojatých vln (pro 1 až 3 půlvlny na gumě). Vypočtěte frekvenci vln.
Ověřte („objevte“), že součin frekvence a vlnové délky je konstantní.
4. * Měřte periodu a vlnovou délku pro gumičku napínanou danou silou, ověřte vztah $f = v/\lambda$.
5. Rozkmitujte stojaté vlnění na gumě pomocí holicího strojku.
(Pro demonstraci je vhodnější kratší kus gumičky.)
6. Pozorujte chování stojatého vlnění na volném konci gumičky.
(Gumičku rozkmitujte vrtačkou nebo holicím strojkem, volný konec realizujte podle úlohy 5. v části Postupné vlnění.)
7. * Změřte pomocí vlnění na gumičce frekvenci kmitání holicího strojku, změřte nejvyšší otáčky vrtačky.

Trocha jednoduché teorie

V této části ukážeme dvě zjednodušená teoretická odvození rychlosti šíření vln na gumičce. Purista by patrně slovo „odvození“ dal do uvozovek a diskutoval o míře nepřesností a zanedbání, jichž se zde dopouštíme. Zanedbání a přiblížení se ovšem využívají i v učebnicových odvozeních rovnice struny. Navíc, i standardní odvození rovnice struny (viz např. [1], začátek kap. 9) jsou kvůli parciálním derivacím vzdálena možnostem většiny středoškoláků, o odvozeních vycházejících z variačního principu ani nemluvě. Následující zjednodušená odvození nejdou nad rámec středoškolské fyziky – a na jejich omezení poctivě upozorníme.

Odvození rychlosti vlnění na základě rozměrové úvahy

Na čem může záležet rychlost šíření v příčných vln na struně (resp. gumičce)?

Pokud by struna či gumička nebyla napnutá, bude se „jen tak plácát“ a vlny se po ní ani moc šířit nebudou. Můžeme tedy předpokládat, že rychlost v bude záviset na velikosti **síly** F , kterou je gumička napínána. (Také si můžeme uvědomit, že čím větší je síla F , tím víc se tato síla snaží strunu „našponovat“, tj. vrátit do klidové polohy. Je tedy rozumné, že rychlost vln bude záviset na F .)

Struna se vychyluje a vrací do klidové polohy „méně ochotně“, jestliže je hmotnější. (K urychlení hmotnější struny potřebujeme větší sílu.) Rychlost vln by tedy mohla záviset na hmotnosti struny. Ovšem ne na hmotnosti m samotné: desetkrát delší struna je desetkrát hmotnější, ale vlna se na ní šíří stejně rychle (jsou-li ostatní parametry stejné). Musíme tedy vzít **hmotnost na jednotku délky**: $\mu = m/L$.

Další parametry, na nichž by rychlost vln mohla záviset, bychom pro „ideální“ strunu hledali těžko. Jistě, u reálné struny by rychlost vln mohla ovlivňovat její tuhost, tedy pružnost jejího materiálu. Ale ideální strunu považujeme za dokonale ohebnou – přece jen chceme zkoumat strunu a ne tyč.

Jak zkombinovat sílu F , jejíž rozměr je $N = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, a hmotnost na jednotku délky μ , jejíž rozměr je kg/m , abychom dostali rychlost v , jejíž rozměr je m/s ?

Ve výsledném rozměru nemají být kilogramy. Aby „vypadly“, musíme vzít **podíl** obou veličin: F/μ . Jeho rozměr je $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = (\text{m}/\text{s})^2$. Rozměr rychlosti dostaneme, když podíl F/μ **odmocníme**. Rozměrová úvaha nás tedy přivedla ke vzorci

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}.$$

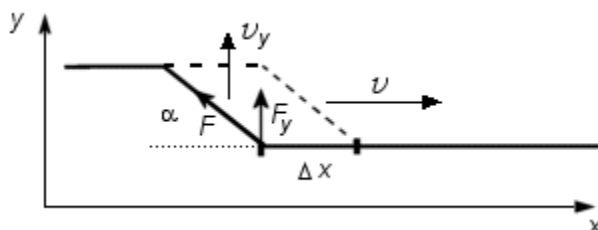
Samozřejmě, z rozměrové úvahy nepoznáme, jestli danou odmocninu nemáme násobit nějakým bezrozměrným koeficientem, např. π nebo 158 nebo jedna desetimilióntina. Ale úplně nesmyslné koeficienty asi ve vzorci očekávat nemůžeme (odkud by se tam vzaly?) a závislost rychlosti na F a μ vzorec postihuje správně. (Náhodou je daný vztah úplně správně, ale to je spíš štěstí, muška jenom zlatá ...)

Odvození vycházející z 2. Newtonova zákona

Přesnější odvození bude vycházet z druhého Newtonova zákona resp. ze změn hybnosti.

Uvažujme jednoduchý tvar pulsu, šířící se na gumě směrem doprava – viz obrázek níže. (Zhruba tak to opravdu vypadá, když vyšleme puls tak, jak jsme popsali na předchozí stránce nahoře!)

Čelo „zubu“ (jeho pravý okraj) se za dobu Δt posune doprava o vzdálenost $\Delta x = v \cdot \Delta t$. Kousek struny o délce Δx , který byl předtím v klidu, se pak pohybuje vzhůru (ve směru osy y) rychlostí $v_y = v \cdot \operatorname{tg} \alpha$. (α je úhel, který svírá skloněná část gumičky vůči ose x .)



Uvažovaný kousek struny o délce Δx má hmotnost $\Delta m = \mu \Delta x$, kde μ je délková hustota hmotnosti struny (tedy hmotnost na jednotku délky). Hybnost tohoto kousku struny se tedy změnila o $\Delta p_y = \Delta m \cdot v_y = \mu \cdot \Delta x \cdot v \cdot \operatorname{tg} \alpha = \mu \cdot v^2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \Delta t$. Jde o hybnost ve směru osy y . Tato změna hybnosti musí být vyvolána silou působící ve směru osy y , tedy $F_y = F \cdot \sin \alpha$. (Jde o průmět síly, kterou je struna napínána, do směru osy y , viz obrázek.)

Změna hybnosti je rovna impulsu síly, $\Delta p_y = F_y \cdot \Delta t$. (Nebo můžeme vyjít z 2. Newtonova zákona a říci, že síla se rovná změně hybnosti za čas, $F_y = \Delta p_y / \Delta t$, po úpravě dostaneme totéž.) Teď už stačí jen dosadit za Δp_y a za F_y :

$$\mu \cdot v^2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \Delta t = F \cdot \sin \alpha \cdot \Delta t$$

Při úpravě využijeme ještě toho, že pro malé úhly α je přibližně $\sin \alpha \doteq \operatorname{tg} \alpha$. (Uvažujeme jen vlny malých amplitud – tak se to dělá i při podstatně obecnějších odvozeních rovnice struny.) Po zkrácení je pak

$$v^2 = F/\mu,$$

což je vztah, který jsme už z rozměrových úvah odvodili výše – a správný vztah pro rychlost malých příčných vln na struně.

Naše odvození sice nevyžadovalo žádné diferenciální rovnice ani jinou vysokoškolskou matematiku, ale to neznamená, že by bylo (pro daný tvar pulsu) špatné či nepřesné. Co jsme neodvodili, je, že *libovolná* malá vlna se šíří stejnou rychlostí – to už by vyžadovalo náročnější odvození.

Zkoumáme zvuk pomocí počítače

V následujících úlohách se naučíme pracovat s programem, který z našeho PC se zvukovou kartou udělá jednoduchý osciloskop. Program **Winscope** je pro výukové účely volně šiřitelný a lze si jej stáhnout např. z webového serveru FyzWeb (viz [2]) ze sekce Dílna.

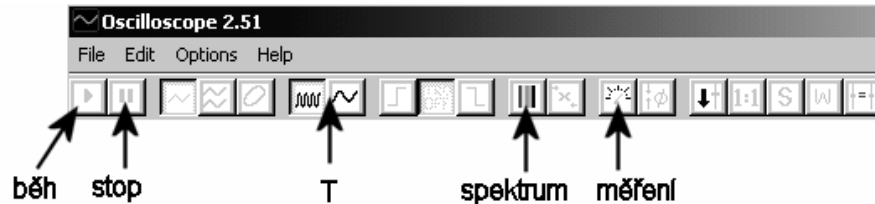
Jak v programu Winscope zobrazit zvuk

Zde se pro začátek seznámíme se základním ovládním programu Winscope.

1. Spustíte program Winscope (stačí v Průzkumníku poklepat na soubor Winscope.exe). Prohlédněte si, jak vypadá jeho okno a vyzkoušejte, jak se spustí a pozastaví zobrazení zvuku. Ikony běh a stop připomínají ovládací tlačítka magnetofonu, ostatní můžete zatím

ignorovat. Za běhu by měl program zobrazovat časový průběh signálu, při pozastavení zůstane signál zobrazen. Amplitudu zobrazeného signálu můžete nastavovat jezdcem („táhlem“) označeným Y1 – viz obrázek v kapitole „Několik rad k programu Winscope“.

Zobrazený časový interval (tedy „nastavení časové základny“) lze plynule měnit jezdcem označeným T a přepínat pomocí dvou ikon s vlnovkami (v obrázku níže označených rovněž T).



2. Když něco nefunguje:

- Máte připojen mikrofon do správného konektoru? (Bývá růžový a označen symbolem mikrofonu.)
- Máte vybrán mikrofon jako zdroj zvuku, z něhož se „nahrává“?
- Program Winscope běží, ale zobrazuje jaksi „trhaně“? Pak je třeba upravit nastavení jeho parametrů.
- Winscope ani po těchto zásadách nezobrazuje správně? Pak je možné, že neumí spolupracovat se zvukovou kartou Vašeho počítače.

Bližší informace najdete dále v kapitole „Několik rad k ovládání programu Winscope“.

Časový průběh signálu

1. Pozorujte záznam hlasu. Zpívejte různé samohlásky a pozorujte časový průběh jejich signálu. Vyzkoušejte si přitom nastavování citlivosti (amplitudy) a časové základny. Při pozastavení můžete signál i posouvat (jezdcem delay). Aby byl signál zobrazen vždy od „horní půlvlny“, je dobře stisknout tlačítko „Trigger level positive“ (ikona s obrázkem schodu).
2. Změřte periodu a frekvenci kmitů zpěvu, ladičky, vzduchu v láhvi, na kterou foukáme. Na kmitěch ladičky ověřte přesnost měření frekvence. (Stiskněte tlačítko pro měření – jde o ikonu s obrázkem měřicího přístroje, viz obr. výše. Sledujte údaj $T=$ na spodním okraji okna Winscope při pohybu kurzoru myši v okénku. Dva časy můžete označit klepnutím levým a pravým tlačítkem myši – časový interval zobrazí hodnota $dT=$, příslušnou frekvenci hodnota $1/dT=$.)
3. Změřte frekvenci kmitů vzduchu v zavřené píšťale (na jednom konci uzavřené trubice, hadici, injekční stříkače, fixce) a vypočtěte rychlost zvuku ve vzduchu. (Délka na jednom konci zavřené píšťaly je rovna čtvrtině vlnové délky – lze připomenout chování vln na pevném a volném konci při pokusech s vlněním na gumě.)
4. * Ze změřené základní frekvence kmitů struny kytary určete rychlost šíření (příčných) vln na struně.
** Ze změřeného průměru struny a hustoty oceli můžete spočítat délkovou hustotu struny. Rychlost vln máte také určenou. Jakou silou je napnuta struna?
5. * Změřte poměr frekvencí struny nezkrácené, stisknuté na 5., 7. a 12. pražci. Tvoří frekvence jdoucí za sebou po pultónech geometrickou posloupnost? Ověřte.

Spektrum zvuku

1. Zobrazte spektrum snímaného zvuku.
(Stisknutím tlačítka „spektrum“, viz obrázek výše – nápověda programu ho označuje „FFT“. Vyzkoušejte si nastavení rozsahu zobrazených frekvencí pomocí jezdců T. Vyzkoušejte měření pomocí kurzoru myši. Zobrazení spektra funguje jak v běhu při snímání signálu, tak v pozastavení.)
2. Měřte frekvence signálů v režimu zobrazení spektra – frekvenci kmitů ladičky, kmitů vzduchu v láhvi atd. Pomocí ladičky ověřte přesnost měření.
3. Sejměte spektrum tónu kytarové struny a popište, jaký má charakter. Čemu říkáme vyšší harmonické? Jsou tyto frekvence násobky základní frekvence?
4. Zkoumejte souvislost barvy zvuku s obsahem vyšších harmonických.
(Jaký časový průběh a spektrum má zvuk ladičky, píšťaly ev. láhve – a v porovnání s nimi zvuk „frkačky“? Pozorujte spektra hlásek, sykavek a tónů zpívaných různě „ostrým“ hlasem. Liší se spektrum kytarové struny při drknutí na strunu palcem v polovině a trsátkem u konce?)
5. * Jaké je spektrum hluků a kmitů membrán?
(Např. úderu do bubnu – jsou poměry frekvencí harmonické, tedy v poměru malých celých čísel?)
6. Prozkoumejte rozsah výše lidského hlasu a tónů hudebních nástrojů.
(Porovnejte mužské a ženské hlasy, zkuste, kdo umí zapívat nejhluběji a kdo nejvýše, proměřte frekvenční rozsah tónů kytary.)
* Jaké frekvence je potřeba přenášet v telefonu, rozhlase, jaké jsou na CD?

Záznam jednorázových zvuků

1. * Zkuste zaznamenat jednorázový zvuk, například tlesknutí.
(Režim Wait se zapíná ikonou označenou písmenem W – je to druhá zprava. Čeká na signál nastavené úrovně, ten pak zaznamená v délce 50 ms. Úroveň nastavíte jezdcem Trg, záleží přitom i na celkovém nastavení citlivosti.)
2. * Zaznamenejte odraz zvuku od blízké stěny, změřte dobu mezi původním a odraženým zvukem a vypočtete odtud rychlost zvuku.
(Zvuk musí být velmi krátký – ťuknutí, třísknutí, ostré tlesknutí. Časy je vhodné měřit podle začátku zvuku. Měření rychlosti zvuku nebude příliš přesné, ale přibližnou hodnotu dá – pokud vůbec nevychází, měříte zřejmě odraz od jiného předmětu.)

Několik rad k programu Winscope

Co dělat při potížích

Co dělat, jestliže program Winscope zobrazuje špatně nebo vůbec ne:

- Zkontrolovat připojení mikrofону nebo jiného zdroje signálu.

Že zvuková karta počítače „bere“ signál z mikrofónu, můžete přezkontrolovat pomocí programu Záznam Zvuku, který je součástí Windows. Najdete ho volbou Start/Programy/Příslušenství/Zábava.

- Vybrat mikrofón jako zdroj zvuku, z něhož se bere signál (tj. z něhož se „nahrává“).

Zapněte program Ovládání hlasitosti. Je součástí příslušenství Windows – z tlačítka Start

jej najdete volbou Programy/Příslušenství/Zábava. V programu Ovládání hlasitosti vyberte v menu položku Možnosti/Vlastnosti, v okně ťukněte na položku přepínače označenou Záznam, přesvědčte se, že je v seznamu zařízení v tomto okně zaškrtnut také Mikrofon, a klepněte na „O.K.“. V okně Ovládání záznamu, které se objeví, zaškrtněte políčko Vybrat u zařízení Mikrofon a jezdec pro ovládání hlasitosti vysuňte dostatečně vysoko, aby nebyl signál z mikrofону příliš ztlumen. Teď už by mělo vše fungovat.

- Nastavit parametry programu Winscope.

Zvolte položku menu Options/Timing... a v okně Timing, které se objeví, zapište do políčka Refresh hodnotu 50, zaškrtněte volbu Disable warning a potvrďte nastavení tlačítkem O.K. Můžete přitom též nastavit vzorkovací frekvenci přepínačem Sampling – většinou vyhoví 22 050 Hz, pro zobrazení vysokých frekvencí je třeba zvolit 44 100 Hz. (Pozn.: U starších pomalých počítačů možná budete muset pro Refresh zvolit delší dobu, např. 100 ms a volit nižší „sampling rate“.)

Nastavení je vhodné uložit pomocí položky menu Options/Save setup – jinak budete muset při příštím spuštění nastavovat parametry znova!

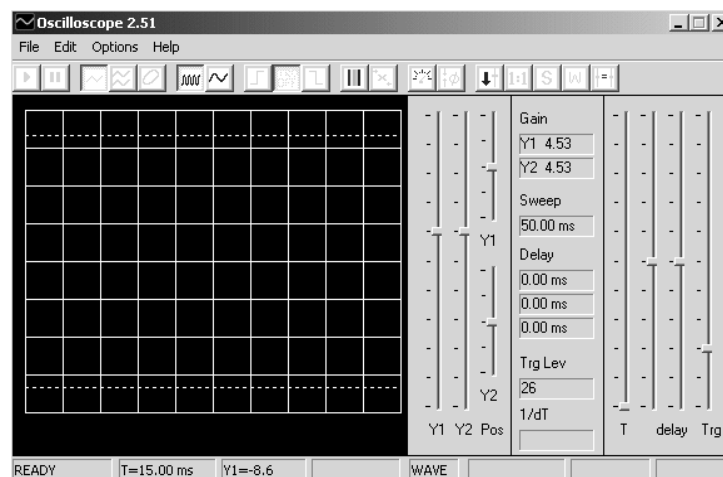
- Ověřit, jakou zvukovou kartu máte ve svém počítači (a ev. použít jiný počítač).

Program Winscope je volně šířený program již několik let starý a jeho autor jej dále nevyvíjí. Zjistili jsme, že neumí dobře spolupracovat s některými typy moderních vícekanálových zvukových karet. (Na levných zvukových kartách většinou pracuje bez potíží.) Takže pokud i přes všechny zásahy zobrazuje Winscope cosi chaotického a jen zčásti připomínajícího očekávaný průběh signálu, máte bohužel asi smůlu a musíte přejít buď na levnější starší hardware nebo na novější software, který dělá z počítače osciloskop.

Ovládání osciloskopu

Nejdůležitější ikony zleva doprava po skupinách jsou následující:

- Spustit zobrazení signálu, Pozastavit zobrazení signálu.
- Přepínání: jeden kanál, dva kanály, zobrazení X-Y.
- Hrubé přepínání časové základny: 5 ms/dílek, 0,5 ms/dílek.
- Nastavení „triggeru“, tedy synchronizace: náběžnou hranou, vypnuto, sestupnou hranou.
- Zapnutí zobrazování spektra (FFT), ...
- Zapnutí měření na obrazovce (Při měření označujte časy levým a pravým tlačítkem myši.)
- Atd. – předposledním tlačítkem je: Zapnutí „Wait módu“ (Program čeká, až signál překročí nastavenou mez, pak ho sejme.)



Nejdůležitější jezdce („táhla“):

- Nastavení citlivosti (amplitudy zobrazeného signálu, Y1, Y2), Posun stop nahoru a dolů.
- Jemné nastavení časové základny (T), Posuv zobrazeného signálu vodorovně (delay).
Pozn.: Při zobrazení spektra se jezdce T (a tlačítka s obrázky vlnek) nastavuje rozsah zobrazených frekvencí.
- Nastavení úrovně pro synchronizaci a pro Wait mód.

Závěr

Uvedenými pokusy v žádném případě nejsou vyčerpány jednoduché experimenty z oblasti vlnění a akustiky. I zde popsané pokusy lze modifikovat, využívat a uspořádat jinak, než bylo popsáno výše. Například pokusy s vlněním na gumičce lze prezentovat spíše jako kvalitativní demonstrace nebo naopak využít ve skupinové práci, projektech apod.

V jednodušší formě může řada výše popsaných experimentů sloužit jako motivační pokusy v dané oblasti. Zkušenosti z prezentací těchto experimentů žákům a studentům ve věku 14-18 let i učitelům fyziky ukazují, že řada pokusů dokáže opravdu zaujmout. V příspěvku jsem se snažil ukázat to, že kromě jednoduchých efektních demonstrací lze s danými pomůckami realizovat i (alespoň přibližná) kvantitativní měření.

Literatura

[1] Main I. G.: *Kmity a vlny ve fyzice*. Academia, Praha 1990.

[2] <http://fyzweb.cuni.cz>