

## **Další nápady z Malé Hraštic (jednoduché pokusy se slavnými jmény v pozadí)**

*LEOŠ DVOŘÁK, PETR KÁCOVSKÝ*  
*Katedra didaktiky fyziky, MFF UK, Praha*

### **Abstrakt**

Příspěvek popisuje několik pokusů spojených se jmény slavných fyziků: 1) pokus „skoro Rutherfordův“, v němž jde o odpuzování makroskopických předmětů, 2) jednoduché ověřování Ampérova zákona celkového proudu, 3) odpuzování magnetů, kdy póly tenkých dlouhých magnetů se odpuzují v analogii s Coulombovým zákonem, ovšem u kratších magnetů je to složitější a 4) Oerstedův pokus. Ve všech případech jde o jednoduché pokusy, které mají pomoci pochopení příslušných konceptů a zákonitostí.

### **Úvod**

Jarní soustředění pro budoucí učitele fyziky pořádané již 22 let Matematicko-fyzikální fakultou UK jsou příležitostí k vyzkoušení i méně tradičních nápadů na pokusy využitelné ve výuce fyziky. Soustředění samo zde nebudeme podrobně popisovat; v minulosti o něm informoval například článek [1]. Náměty na pokusy, které vzešly ze soustředění v různých letech, byly popsány v řadě příspěvků na konferenci Veletrh nápadů učitelů fyziky – pod jmény autorů jdou dohledat v „supersborníku“ [2] na webu.

V roce 2018 byl hlavním tématem soustředění „Příběh aneb cestou objevů a vynálezů“. Šlo tedy o pokusy více či méně volně spojené se jmény objevitelů a vynálezců, po nichž jsou pojmenovány fyzikální zákony či známé pokusy apod. Představu o atmosféře soustředění i některých provedených pokusech a konstrukcích vytvořených účastníky může dát webová stránka [3]. V tomto příspěvku popíšeme pokusy a pomůcky, které jsme na letošní Hraštic zkoušeli my sami; některé navíc později trochu dotažené a rozšířené. Pokusy resp. skupiny pokusů 1, 2, a 4 navrhl a vyzkoušel první z autorů (L.D.), pokusy 3 jsou pak produktem druhého autora (P.K.); ten navíc vedl celý odborný program.

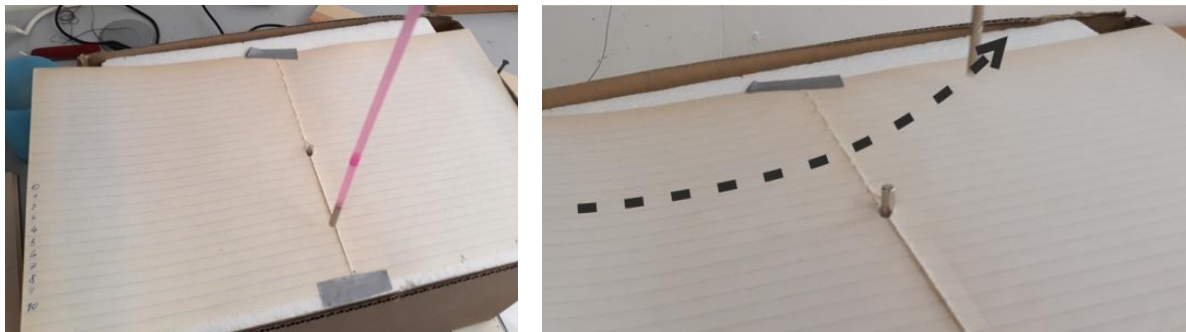
### **1. Pokus „skoro Rutherfordův“**

Rutherfordův pokus s rozptylem částic alfa na jádrech zlata můžeme ve výuce popsat teoreticky, případně ukázat na nějakých apletech. Nešlo by ale udělat názorný makroskopický model, který by tento pokus ilustroval?

Občas se jako názorný používá model, kdy kulička koulejší se po stole najede na „kopeček“ a na něm změní svůj směr. Nešlo by ale odpuzování vyřešit nějak „bezkontaktně“, podobně jako je tomu při skutečném odpuzování částic alfa od jádra zlata? Nejlepší analogií by bylo elektrostatické odpuzování, ale to by vyžadovalo velmi lehké kuličky a náboj by patrně „utíkal“ – pro pokus „v polních podmínkách“ se toto nejevilo moc schůdné. Bylo jasné, že vhodnější by byla větší odpudivá síla. To vedlo k nápadu zkusit odpuzování magnetů, přesněji řečeno pólů dlouhých magnetů. Tam pro sílu platí analogie Coulombova zákona (viz např. [4]).

Dále popsáný pokus, vyzkoušený na Hraštici, je zatím spíše jen námětem, jehož provedení bude nutno výrazně dopracovat. Kvalitativně však rozptyl umí ukázat.

Místo jádra zlata užitíme dlouhý tyčový magnet (sestavený z více neodymových magnetů, v našem případě průměru 5 mm a délky 2,5 cm). Magnet byl umístěn svisle, jeho horní konec trochu vyčníval z polystyrenové desky položené na papírové krabici, viz obr. 1.



Obr. 1. Model Rutherfordova pokusu, v němž odpuzování je mezi póly magnetů.

Druhý magnet je analogií pohybující se částice alfa. Je zavěšen na dlouhém závěsu jako kyvadlo. Na začátku ho vychýlíme (na obrázku je to na levou stranu od pevného magnetu) a pustíme tak, aby se pohyboval rovnoběžně s linkami na papíře položeném na polystyrenové desce. Odpuzování od pevného magnetu jej vychýlí. Stejně jako při skutečném Rutherfordově pokusu je odchylka větší, když se pohyblivý magnet „strefí blíže“ k pevnému. (Tedy, řečeno fyzikálními termíny, když je menší srážkový parametr.)

Experimentování s popsaným provedením samozřejmě ukázalo řadu problémů. Aby odpuzování opravdu odpovídalo Coulombovu zákonu, bylo by třeba, aby i pohyblivý magnet byl dlouhý. Jenže takový magnet má velkou hmotnost, takže se „rozumně“ odchyluje až při malé vzdálenosti od pevného magnetu. Velká síla při těsném přiblížení ale způsobovala, že se pohyblivý magnet (jehož závěs byl řešen nití) výrazně rozkmital. Kmitání se omezilo, až když byl použit kratší magnet nasunutý v plastovém brčku. V tomto případě ovšem už síla není úměrná  $1/r^2$ . Pokud by měl být experiment alespoň zčásti kvantitativní, bylo by tedy potřeba pro dané uspořádání proměřit nebo spočítat sílu pro různé vzdálenosti, odvodit, jaké trajektorie by v tomto případě předpovídala teorie, a ty pak porovnat s experimentem. Navíc: magnet na závěsu bychom mohli považovat za volně se pohybující částici jen v případě nekonečně dlouhého závěsu a tak vysoké školy, aby se do nich takový závěs vešel, u nás nemáme... ☺

Takže je nutno přiznat, že daný pokus je zatím jen inspiračním námětem – ale snad stojí za další rozpracování.

## 2. Ampérův zákon celkového proudu

### Trocha teorie – a jak se na ni podívat jednoduše

Ampérův zákon konstatuje, že integrál magnetické intenzity  $\vec{H}$  podél uzavřené křivky  $c$  je roven celkovému proudu  $I_{\text{celk.}}$ , který protéká plochou, kterou daná křivka ohraničuje:

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{r} = I_{\text{celk.}} \quad (1)$$

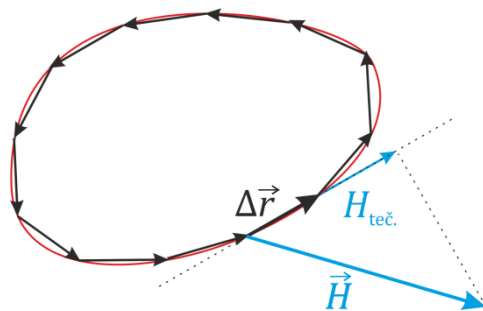
Takto se to alespoň učí ve vysokoškolské fyzice, viz např. učebnici [5]. Obvykle se ale daný zákon při výuce spíše jen konstatuje, a pokud se ilustruje, tak většinou poněkud komplikovanějšími pokusy. Navíc v prvním roce studia, kdy se obvykle tento zákon probírá, je křivkový integrál pro studenty novým a proto leckdy obtížným pojmem. Nešlo by tento zákon ověřit (v nějaké konkrétní situaci) jednoduchým pokusem? A nešlo by se přitom i názorněji seznámit s tím, co je to ten křivkový integrál vlastně zač?

Můžeme vyjít z názorné představy, že integrál je vlastně „součet mnoha hodně malých kousků“. (Matematici snad prominou tuhle hodně nepřesnou formulaci... Následující úvahy by samozřejmě šlo precizovat, ale pro pochopení principu zde popisovaného měření to není nezbytné.) Rozdělíme tedy křivku na malé části a sečteme příslušné příspěvky.

Samozřejmě, „součtem mnoha malých kousků“, nedostaneme přesnou hodnotu integrálu – ale budou-li části křivky dostatečně malé, bude malá i chyba, které se dopustíme. Integrál tedy můžeme (přibližně) nahradit součtem:

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{r} \doteq \sum_{i=1}^N \vec{H}_i \cdot \Delta\vec{r}_i = \sum_{i=1}^N H_{\text{teč. } i} \Delta s_i \quad (2)$$

kde  $\vec{H}_i$  je vektor magnetické intenzity na  $i$ -tém kousku křivky a  $\Delta\vec{r}_i$  malý vektor, který přibližně představuje část křivky. (Viz obr. 2, kde pro jednoduchost nepíšeme index  $i$ .)  $H_{\text{teč. } i}$  je průmět této intenzity do tečného směru, tedy do směru vektoru  $\Delta\vec{r}_i$ .  $\Delta s_i$  je délka tohoto vektoru,  $\Delta s_i = |\Delta\vec{r}_i|$ .



Obr. 2. Křivkový integrál nahradíme sčítáním přes znázorněné kousky křivky

Jak tyhle teoretické úvahy souvisí s pokusem a ověřováním Ampérova zákona? Velice úzce. Dávají nám totiž návod, **jak křivkový integrál na levé straně (1) změřit:**

Stačí rozdělit křivku na malé části, na každé části změřit hodnotu magnetické intenzity  $H_{\text{teč. } i}$  v tečném směru ke křivce, vynásobit ji délkou části křivky  $\Delta s_i$  a všechny příspěvky sečíst.

V praxi namísto magnetické intenzity  $\vec{H}$  měříme magnetickou indukci  $\vec{B}$  a poté vezmeme  $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$ . Integrál na levé straně Ampérova zákona tedy budeme z měření určovat jako

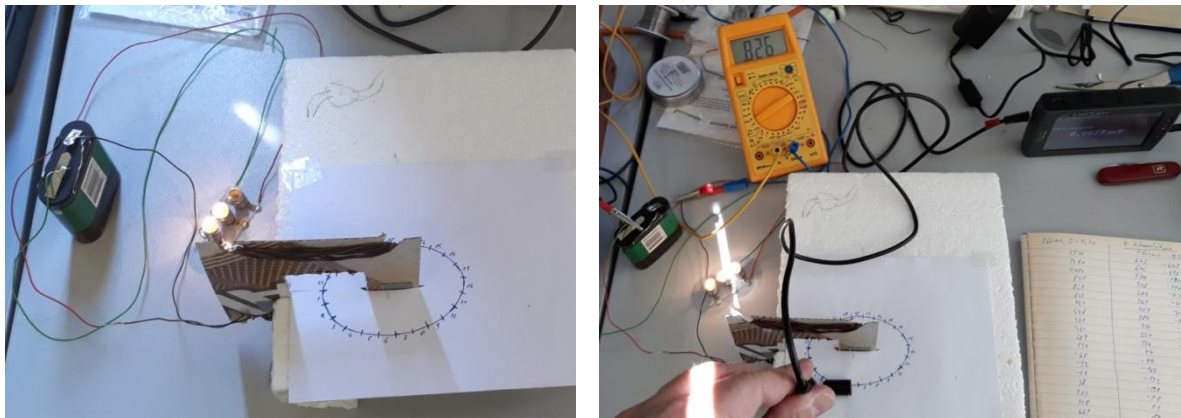
$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{r} \doteq \frac{1}{\mu_0} \sum_{i=1}^N B_{\text{teč. } i} \Delta s \quad (3)$$

(V našem případě měly kousky křivky stejnou délku, proto už u  $\Delta s$  nepíšeme index.) A teď jak to realizovat experimentálně.

### Trocha měření – kousek po kousku...

Jednoduchý pokus pro změření součtu na pravé straně vztahu (3) ukazuje obr. 3. Křivka nakreslená na papíře byla rozdělena na 25 částí stejné délky, v daném případě po 1 cm. Plochou, kterou křivka ohraničuje, prochází několik vodičů s proudem. (V daném případě šlo o „cívku“ navinutou na kusu kartonu, měla 14 závitů.) Proud byl omezen několika paralelně zapojenými žárovkami, měřen byl multimetrem.

Magnetická indukce byla měřena senzorem magnetického pole firmy Vernier připojeným k jejich systému Labquest 2. Sonda pro měření magnetické indukce byla vždy natočena tak, aby byla tečně ke křivce – tím měří právě „tečnou hodnotu“  $B_{teč}$ .

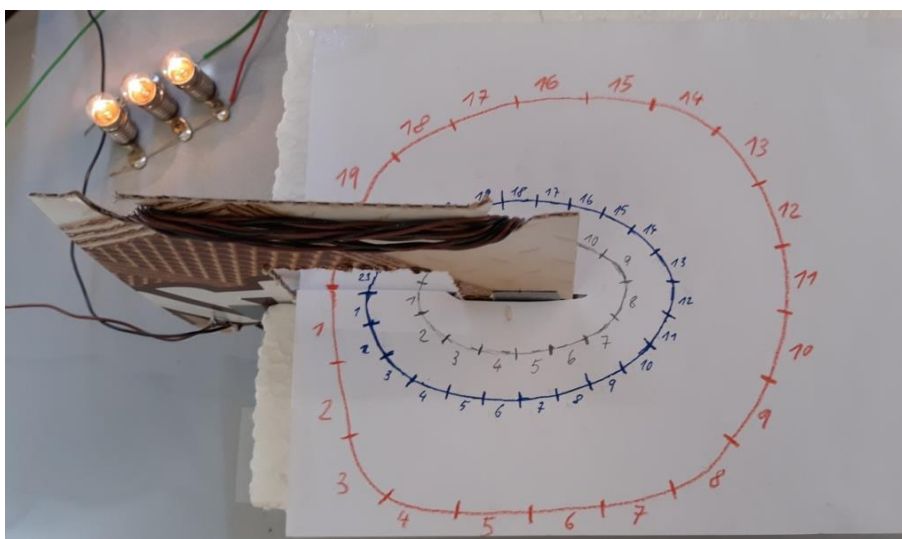


Obr. 3. Experimentální ověřování Ampérova zákona

Měření vyžadovalo trochu trpělivosti: Bylo nutné přiložit sondu ke všem 25 částem křivky, zapsat hodnotu magnetické indukce a pak všechny tyto tečné hodnoty sečíst (a vynásobit délkou  $\Delta s = 1$  cm).

Měření byla provedena pro tři různé křivky, viz obr. 4. (Vnější červená křivka měla úseky po 2 cm.) Měření bylo provedeno pro každou křivku dvakrát, podruhé při sondě otočené o  $180^\circ$ .

A jaké byly výsledky?



Obr. 4. Měření bylo provedeno pro tři různé křivky

### Naměřené výsledky

Proud z baterie byl asi 0,8 A, při 14 závitech to dává celkový proud asi 11,5 A. Tabulka 1 ukazuje porovnání hodnot celkového proudu (14-násobku proudu měřeného multimetrem) a hodnot určených sečtením příspěvků přes všechny části křivky – tedy z pokusu zjištěných hodnot křivkového integrálu  $\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{r}$ .

Tab. 1. Porovnání hodnot  $\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{r}$  zjištěných z měření s celkovým proudem

Křivka	Výsledek měření $(\frac{1}{\mu_0} \sum_{i=1}^N B_{\text{teč. } i} \Delta S)$	Celkový proud ( $I_{\text{celk.}} = 14I$ )	Rozdíl v %
Modrá	12,1 A	11,6 A	4,3 %
Černá	12,2 A	11,6 A	5,1 %
Červená	11,6 A	11,0 A	5,5 %

Vidíme, že hodnoty se shodují s přesností na asi pět procent – což při měření, kdy byla sonda magnetické indukce k částem křivky přikládána „od ruky“ lze považovat za velmi rozumný výsledek.

Celý zde diskutovaný problém samozřejmě odpovídá spíše vysokoškolské úrovni a bude vhodný do úvodní přednášky o elektřině a magnetismu pro budoucí učitele fyziky. Dané měření snad může názorně přiblížit, oč v křivkovém integrálu  $\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{r}$  vlastně jde.

Poznamenejme, že popsaný pokus bude vhodné ještě doplnit a rozšířit, například o křivky, které nejsou rovinné.

### 3. Odpuzování magnetů

V souvislosti se stacionárním magnetickým polem se studenti na střední škole postupně setkávají se vztahy pro výpočet magnetické indukce v okolí přímého vodiče s proudem, magnetické indukce v dutině solenoidu či síly působící na vodič s proudem v magnetickém poli. Opomíjena však zůstává jedna z nejzákladnějších otázek, kterou si student může v tomto kontextu položit – na čem závisí velikosti síly, kterou na sebe působí dva magnety?

#### Gilbertův model

Pokud by se stejná otázka týkala bodových nábojů, dává jasnou odpověď Coulombův zákon. Magnetické působení je ovšem mnohem složitější a zahrnuje velikost, tvar, materiál, vzdálenost či vzájemnou polohu působících magnetů. Aby bylo vůbec možné pracovat s nějakými číselnými odhady, uchýlíme se v tomto experimentu k analogii s právě zmíněným elektrostatickým působením, a budeme pracovat s přiblížením daným pomocí tzv. Gilbertova modelu. Tento model pracuje s představou magnetu jako spojení kladného a záporného „magnetického náboje“, které ztotožňuje se severním a jižním magnetickým pólem [6]. Na základě této představy lze dohledat vztah pro magnetickou sílu působící mezi dvěma identickými válcovými tyčovými magnety o délce  $l$  a poloměru podstavy  $R$  (viz [7]):

$$F(x) \doteq \frac{B^2 S^2}{\pi \mu_0} \left(1 + \frac{R^2}{l^2}\right) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+2l)^2} - \frac{2}{(x+l)^2}\right), \quad (4)$$

kde  $S$  je plocha průřezu magnetů,  $\mu_0$  permeabilita vakua a  $B$  velikost vektoru magnetické indukce bezprostředně u pólu jednoho z magnetů. Magnety jsou umístěny souose tak, že jejich póly se nacházejí ve vzdálenosti  $x \gg R$ . Ze (4) je patrné, že pro  $l \rightarrow \infty$ , kdy lze situaci vnímat jako interakci dvou nejbližších „monopólů“ (s důrazem na to, že nic takového neexistuje!), je

$$F(x) \rightarrow \frac{1}{\pi\mu_0} \frac{B^2 S^2}{x^2}, \quad (5)$$

což formálně připomíná coulombické působení.

### Uspořádání měření

Pro ověření vztahu (4) můžeme použít jednoduché měření repulzivní síly pomocí laboratorních vah. Jeden z magnetů je přitom umístěn vertikálně několik centimetrů nad váživou plochu, druhý pak připevněn ke zvedáku, který umožňuje měnit vzdálenost  $x$  konců magnetů (obr. 5); nástavce na magnety byly jednoduše vytvořeny z plastových brček.



Obr. 5. Měření síly mezi dvěma magnety ( $l = 25$  mm;  $R = 2,5$  mm)

Osvědčilo se provádět experiment postupným přibližováním magnetů, nikoliv naopak. Při tomto přibližování je zásadní zajistit, aby byly magnety skutečně umístěny souose, případně vlivem rostoucí síly nedocházelo k jejich vyklánění do stran. Jakmile se tento efekt začne projevovat, je na místě měření ukončit.

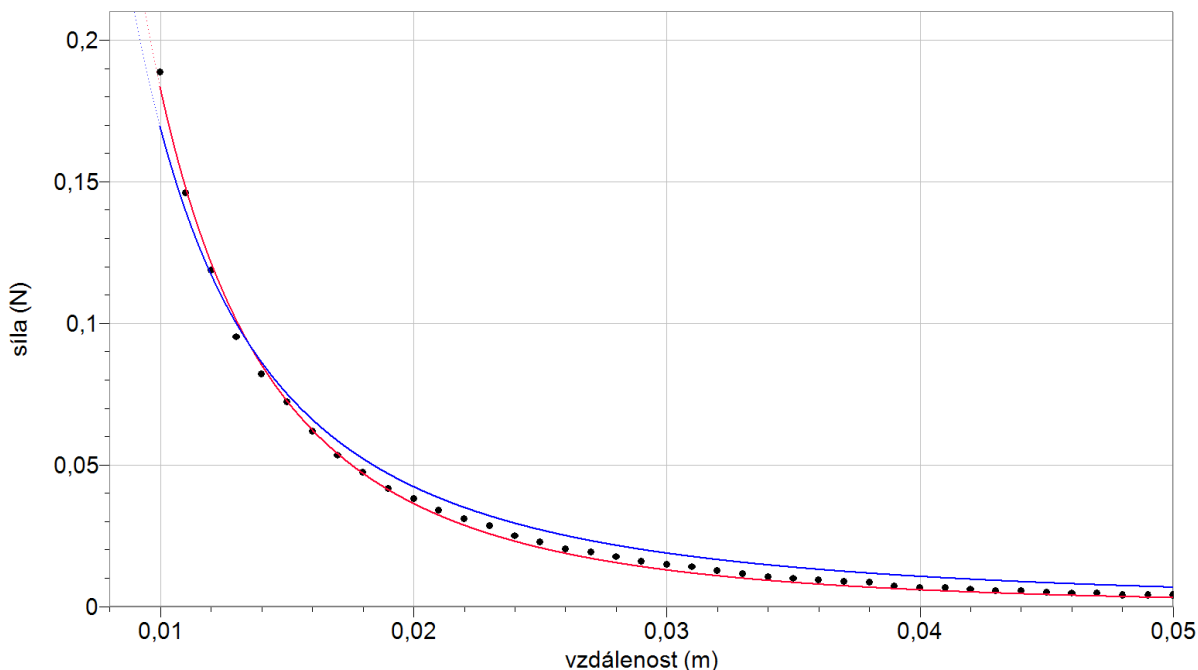
### A jak to dopadlo?

Naměřená data ukazuje obr. 6, naměřené body jsou černé. Červená křivka představuje proložení funkcí  $F = F(x)$  dle vztahu (4), modrá křivka proložení dle vztahu (5). Je patrné, že korekce na konečné rozměry magnetů daná vztahem (4) dává přesnější aproximaci získaných dat.

V programu Logger Pro byla data proložena funkcí  $F(x) = A \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+2l)^2} - \frac{2}{(x+l)^2} \right)$  a získaná číselná hodnota  $A = 2,31 \cdot 10^{-5} \text{ Nm}^2$  umožnila odhadnout velikost magnetické indukce při pólu každého z magnetů:

$$B = \frac{l}{R^2} \sqrt{\frac{A\mu_0}{\pi(l^2 + R^2)}} \doteq 0,48 \text{ T.}$$

Získaná hodnota koresponduje s výsledky uváděnými v [8], kde je také vysvětleno, proč jsou hodnoty remanence (uváděné výrobcem magnetů) výrazně vyšší.



Obr. 6. Naměřená hodnoty repulzivní síly v závislosti na vzdálenosti

Experimenty se dvěma plochými magnety ( $l = 5 \text{ mm}$ ;  $R = 15 \text{ mm}$ ) také ukázaly, že předpoklad  $x \gg R$  je pro měření zásadní. Hodnoty naměřené pro dvojici plochých magnetů již průběhu danému vztahem (4) neodpovídají, neboť aproximace Gilbertovým modelem zcela selhává v bližším okolí plošně rozsáhlých (řekli bychom asi „výrazně nebodových“) pólů.

#### 4. Oerstedův pokus a směr magnetické indukce u vodiče s proudem

Oerstedův pokus bývá obvykle demonstrován pomocí kompasu: blízko vodiče se strelka vychýlí, když do vodiče zapneme proud. Pro výraznou výchylku většinou musíme použít velký proud – a ani potom většinou neukazuje strelka přesně kolmo na vodič, jak bychom očekávali z učebnicových obrázků indukčních čar kolem vodiče. Ovlivňuje ho totiž i magnetické pole Země, jehož vliv bývá často převažující.

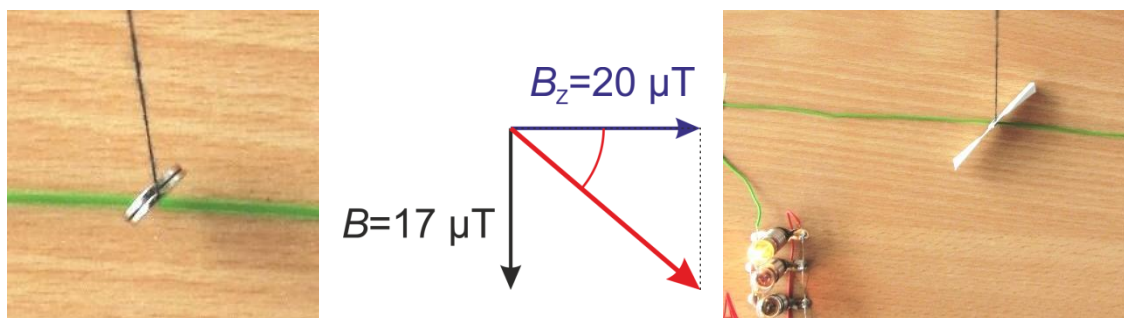
Výzvou tedy pro nás může být, jak udělat jednoduché pokusy, při nich by:

výchylka kompasu či nějakého magnetu byla výrazná i pro menší proudy,  
strelka ukázala opravdu směr magnetické indukce kolmo na vodič.

Vyjdeme-li ze známého vzorce pro magnetickou indukci v blízkosti dlouhého (teoreticky nekonečně dlouhého) vodiče,

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi R} \quad (6)$$

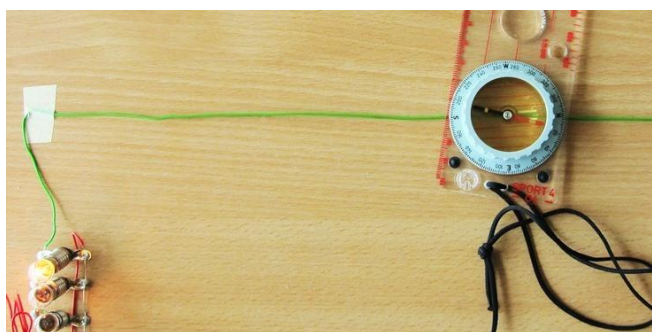
vidíme, že aby byl vliv pole buzeného proudem výrazný, je třeba, aby bylo  $R$  co nejmenší, tedy dát magnet co nejbliž vodiče. Použijeme proto malé neodymové magnety. Například dva ploché magnety o průměru 1 cm „přicvaknuté“ na niti (viz pokusy v [4]) můžeme k vodiči přiblížit tak, že například  $R = 7 \text{ mm}$ . Dosazením do (6) pak dostaneme při proudu 0,6 A hodnotu  $B = 17 \mu\text{T}$ . Protože vodorovná složka indukce magnetického pole Země je u nás asi  $20 \mu\text{T}$ , znamená to, že magnet, jehož osa byla původně rovnoběžná se směrem vodiče, se natočí skoro o  $45^\circ$ . Situaci ukazuje obr. 7.



Obr. 7. Natočení malých magnetů blízko vodiče s proudem

Aby byl směr magnetů lépe vidět, můžeme mezi magnety vložit kus papíru představující „papírovou střelku“, jak to ukazuje pravá část obrázku. (Ovšem pozor, tato střelka neukazuje směr sever-jih, ale východ-západ, je tedy kolmá na směr magnetické indukce.) Poznamenejme, že fotografie byla pořízena uvnitř budovy, kde pole je ovlivněno feromagnetickými materiály v budově, ve stolech apod. V našem případě byla vodorovná složka zemského mag. pole v místě měření jen necelých  $10 \mu\text{T}$ , proto je výchylka skoro  $45^\circ$  už při proudu asi  $0,3 \text{ A}$ .

A proč tak velkou výchylku neukáže běžný kompas, i když ho přiložíme těsně nad vodič? Jak ukazuje obr. 8, střed střelky je sice blízko vodiče, ale póly střelky se při výchylce dostávají od vodiče dále, do míst, kde je pole už slabší. Proto se kompas zdaleka nevychýlí tak, jako malé neodymové magnety.



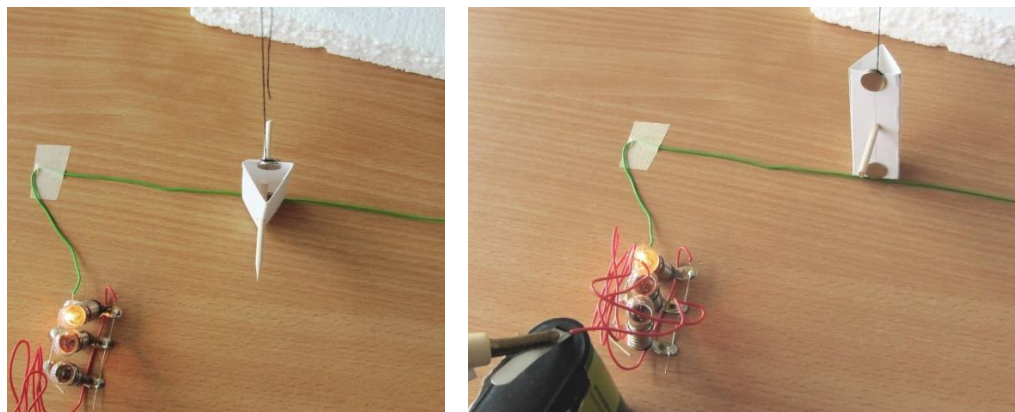
Obr. 8. I když kompas přiložíme těsně nad vodič, póly střelky se při výchylce dostávají výrazně dále od vodiče

A jak ukázat, že magnetické pole u vodiče je opravdu kolmé na vodič? Buď použijeme hodně velký proud, nebo bychom museli nějak odstínit vliv zemského magnetického pole – nebo zkusíme jeho vliv nějak kompenzovat. Následující nápad, který ukazuje obr. 9, se ukázal překvapivě funkční.

Na papírovém trojhranu visícím na niti jsou přicvaknuty dvě stejné dvojice plochých neodymových magnetů, ale opačně orientované. Díky tomu magnetické pole Země (které zde můžeme považovat za homogenní) samo trojhran nikam nenatáčí.

Spodní dvojice magnetů je ovšem vodiči mnohem blíže. Na tuto dvojici magnetů proto působí pole vodiče výrazně víc než na horní, od vodiče vzdálenější – takže naši pomůcku natočí. Kousek špejle prostrčený trojhranem pak opravdu ukazuje, že magnetická indukce je kolmá na vodič.





Obr. 9. Pomůcka ukazující směr magnetické indukce u vodiče.  
Směr proudu na obrázcích vlevo a vpravo je opačný.

## **Závěr**

Všechny výše uvedené pokusy bude možné a vhodné dále rozpracovávat a hodláme se jim dále věnovat. Budeme proto vděčni za vaše komentáře, jak k otázkám technického provedení či k fyzikálním aspektům problematiky, tak k jejich využití ve výuce.

## **Poděkování**

Soustředění na Malé Hraštici bylo finančně podpořeno z nadačního příspěvku Elixíru do škol (jehož prostřednictvím na rozvoj fyzikálního vzdělávání přispívá Nadace České Spořitelny) a z prostředků Institucionálního rozvojového plánu MŠMT pro UK.

Další práce na rozvoji fyzikálních pokusů, které budou přispívat k odstraňování bariér v pochopení fyzikálních konceptů a zákonů, a tedy i tento příspěvek byly podpořeny programem Univerzitní výzkumná centra UK č. UNCE/HUM/024.

## Literatura

- [1] Dvořák L.: Labs outside labs: miniprojects at a spring camp for future physics teachers. Eur.J.Phys. 28 (2007), S95-S104
- [2] KDF MFF UK: *Souhrnný sborník Veletrhu nápadů učitelů fyziky*. Dostupné online: <http://vnuf.cz/sbornik/>
- [3] Jarní soustředění pro posluchače učitelství fyziky MFF UK a „spřízněné duše”. Malá Hraštice, 4. – 8. 5. 2018. Dostupné online: <http://kdf.mff.cuni.cz/hrastice/2018/hrastice2018.php>
- [4] Dvořák L.: *O magnetu, magnetických tělesech a velikém magnetu Zemi*. In: Dílny Heuréky 2016. Sborník konference projektu Heuréka. E.: V. Koudelková. Matfyzpress Praha 2017. ISBN 978-80-7378-338-9 (online, PFD) s. 7-23. Dostupné online: [http://kdf.mff.cuni.cz/heureka/sborniky/DilnyHeureky\\_2016.pdf](http://kdf.mff.cuni.cz/heureka/sborniky/DilnyHeureky_2016.pdf)
- [5] Sedlák, B., Štoll, I.: *Elektrina a magnetismus*. Karolinum, Praha, 2013.
- [6] Griffiths, D. J.: *Introduction to Electrodynamics (Third Edition)*. Prentice Hall, Upper Saddle River, 1999.
- [7] Šuriansky, J., Petráš, R.: *The Simulation of Magnetic Force that acts on the Micro-robot*. In: Annals of DAAAM for 2012 & Proceedings of the 23rd International DAAAM Symposium, Volume 23, No.1, ISSN 2304-1382. Dostupné online: [http://www.daaam.info/Downloads/Pdfs/proceedings/proceedings\\_2012/0377\\_Suriansky&Petras.pdf](http://www.daaam.info/Downloads/Pdfs/proceedings/proceedings_2012/0377_Suriansky&Petras.pdf)
- [8] Dvořák L.: *Další nápady z Malé Hraštice 5: Jak silné jsou magnety?* In: Sborník konference Veletrh nápadů učitelů fyziky 20. E.: V. Koudelková. Nakladatelství P3K, Praha 2016. ISBN 978-80-87343-58-6 (online, PDF) s. 58-63. Dostupné online: [http://vnuf.cz/sbornik/prispevky/pdf/20-08-Dvorak\\_L.pdf](http://vnuf.cz/sbornik/prispevky/pdf/20-08-Dvorak_L.pdf)