Stavová rovnice ideálního plynu

Stavovou rovnici ideálního plynu lze psát ve dvou základních tvarech:

1. $pV = nRT$
2. $\frac{pV}{T} = \text{konst.}, \ \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$

A) Popište, v čem spočívá jejich rozdíl. Zkuste naformulovat, na jaký typ úloh se hodí typ 1. a na jaký typ 2.

B) Pravá strana rovnice 1. se dá napsat ještě dalšími různými způsoby, uveďte je.

C) Rovnice 2. se často modifikuje pro různé speciální případy, speciální děje. Napište alespoň některé.

D) Níže uvedené úlohy 1-8 rozdělte podle toho, zda k jejich řešení je vhodnější rovnice 1 nebo 2. Případně specifikujte, která varianta těchto typů (viz úkol B a C).

E) Po vyřešení úkolu D se vraťte znovu k úkolu A a upravte/zpřesněte svůj popis.

Řešení:

A) První rovnici můžeme použít k řešení úloh, u nichž se zajímáme o aktuální stav ideálního plynu.

Druhou rovnici je naopak vhodné použít při hledání změn mezi dvěma různými stavy téhož ideálního plynu. Zabýváme se průběhem děje, který v daném plynu probíhá. Tuto rovnici lze použít, pokud se v úloze zachovává množství plynu.

Poznámka: Na skutečnost, že lze druhou rovnici použít, pokud se v úloze zachovává množství plynu, studenti často zapomínají. Může se jednat o jednu z věcí, kterou si studenti uvědomí až při řešení úkolu D či E.

B) Pravou stranu rovnice 1. můžeme napsat ještě dalšími způsoby, podle toho, známe-li látkové množství *n*, počet molekul *N*, nebo hmotnost plynu *m*. První případ stavové rovnice pak můžeme psát ve tvarech:

1.1. $pV = nRT$ … pokud známe látkové množství *n*,

1.2. $pV = NkT$ … pokud známe počet molekul *N*,

1.3. $pV = \frac{m}{M_m}RT$ … pokud známe hmotnost plynu *m* (M_m je molární hmotnost plynu).

C) Rovnice 2. se často modifikuje pro různé speciální případy, speciální děje. Rovnice pro tyto děje pak mají následující tvary:

2.1. izotermický děj: $pV = \text{konst.}, \ p_1V_1 = p_2V_2$

2.2. izochorický děj: $\frac{p}{T} = \text{konst.}, \ \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$

2.3. izobarický děj: $\frac{V}{T} = \text{konst.}, \ \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$.

D)

1. Nádoba tvaru válce je naplněna plynem o teplotě 20 °C a shora uzavřena pístem. Na pístu se nachází takové závaží, že tlak plynu uvnitř nádoby je 140 kPa. Nádobu budeme zahřívat.

a) Píst zajistíme proti pohybu. Určete tlak plynu při zvýšení jeho teploty na 180 °C

b) Píst necháme volný. Určete teplotu plynu ve válci, zvětší-li se objem plynu o 30 %.

Řešení: V této úloze se zabýváme změnou stavu ideálního plynu, jehož hmotnost zůstává konstantní. K řešení je vhodná tedy některá z rovnic druhého typu. V části a) se jedná o izochorický děj, proto k řešení využijeme vztah **2.2**, tedy $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$. Při ději probíhajícím v části b) zůstane tlak v nádobě konstantní a pro řešení použijeme vztah **2.3** $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$.

Výsledek: a) 220 kPa b) 108 °C

2. Vzduch o teplotě 20 °C a tlaku 100 kPa zaujímá ve válci s pístem objem 1 l. Určete konečný tlak vzduchu při velmi pomalém (tj. přibližně izotermickém) stlačení na objem 0,6 l.

Řešení: Pro vyřešení této úlohy s izotermickým dějem využijeme vztahu **2.1** $p_1V_1 = p_2V_2$.

Výsledek: 170 kPa

3. Jak se změní tlak plynu při poklesu jeho teploty z 80 °C na 20 °C při současném zmenšení jeho objemu a) na jednu třetinu, b) o jednu třetinu.

Řešení: V obou částech úlohy použijeme k řešení vztah **2.** $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$, neboť ze zadání úlohy víme, že nás zajímá změna stavu ideálního plynu, množství plynu se nemění, ale nejedná se o žádný ze speciálních případů.

Výsledek: a) tlak vzroste 2,5 krát; b) tlak vzroste 1,25 krát

4. Určete konečnou teplotu plynu při poklesu jeho tlaku o 30 % a zvětšení jeho objemu o 50 %. Počáteční teplota plynu je 0 °C.

Řešení: K řešení úlohy využijeme vztah **2.** $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$.

Výsledek: 14 °C

5. V ocelové nádobě je 300 g plynného amoniaku při tlaku 1,35 MPa a teplotě 77 °C.
a) Jaký je objem nádoby?
b) Po určité době teplota nádoby poklesla na teplotu okolí 22 °C a uvnitř byl naměřen tlak 0,87 MPa. Kolik plynu uniklo stěnami nádoby?

Řešení: V této úloze se zajímáme o aktuální stav ideálního plynu. Obě části úlohy můžeme vyřešit pomocí vztahu **1.3** $pV = \frac{m}{M_m}RT$, protože známe hmotnost plynu v nádobě. Ačkoli objem nádoby zůstává v části b) stejný jako v části a), změní se množství plynu v nádobě. Z toho důvodu nelze použít rovnici 2.

Poznámka: K řešení části b) využijeme hodnoty objemu nádoby, kterou jsme získali v řešení části a).
Výsledek: a) 38 l; b) 71 g, což představuje asi 24 % původní hmotnosti

6. V nádobě o objemu 1 l je uzavřen plyn, který je sloučeninou kyslíku a dusíku. Hmotnost plynu je 1 g, teplota 17 °C a tlak 31,7 kPa. Určete chemický vzorec a název sloučeniny.

Řešení: Chemický vzorec sloučeniny odvodíme z její molární hmotnosti, kterou určíme pomocí vztahu **1.3** $pV = \frac{m}{M_m} RT$.

Poznámka: Ze stavové rovnice vypočítáme neznámou molární hmotnost sloučeniny, resp. její relativní molekulovou hmotnost. Poté hledáme dvě malá přirozená čísla taková, že pokud každé z těchto čísel vynásobíme relativní molekulovou hmotností jednoho prvku a následně tato „přenásobená" čísla sečteme, získáme vypočítanou relativní molekulovou hmotnost sloučeniny.
Výsledek: oxid dusitý N_2O_3

7. Vzduchová bublina o poloměru 5,0 mm stoupá ode dna jezera hlubokého 20,7 m. Teplota u dna jezera je 7 °C a u hladiny 27 °C. Atmosférický tlak je 100 kPa. Jak velká bude bublina, až dospěje ke hladině?

Řešení: Úlohu můžeme vyřešit s použitím vztahu **2.** $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$.

Poznámka: K řešení úlohy je třeba vyjádřit si tlak vody u dna jezera pomocí hydrostatického a atmosférického tlaku.
Výsledek: 7,4 mm

8. Nádoba A obsahuje ideální plyn o teplotě 300 K a tlaku $5{,}0 \cdot 10^5$ Pa a je úzkou trubicí propojena s nádobou B. Nádoba B má čtyřikrát větší objem, obsahuje stejný plyn ohřátý na teplotu 400 K a o tlaku $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa. Jaký bude výsledný tlak celého systému, jestliže otevřeme kohoutek na spojovací trubici a zároveň budeme obě nádoby udržovat na původních teplotách?

Řešení: Po otevření kohoutku mezi nádobami se změní počet částic v obou nádobách. Proto je pro výpočet potřeba použít rovnici **1.1** $pV = nRT$.

Poznámka: Při řešení úlohy je potřeba si z rovnice 1.1 vyjádřit počet částic zvlášť pro každou nádobu před otevřením a po otevření kohoutku. Celkový počet částic v nádobách se však po otevření kohoutku nezmění. Tohoto faktu lze využít a dát do rovnosti součet částic v nádobě A a B před otevřením kohoutku a součet částic v nádobě A a B po otevření kohoutku.
Výsledek: $2{,}0 \cdot 10^5$ Pa

Použitá literatura s označením úloh ve zdrojích:

cdstudent škola v pohodě… [CD]. Praha: AMOS – Jiří Kadlec, 2000.

- úlohy: **1** (Příklad 7), **2**(Příklad 8), **3** (Příklad 4), **4** (Příklad 5),
  Všechny příklady jsou z kapitoly *Molekulová fyzika a termika – Struktura a vlastnosti plynného skupenství látek*.

KOUPILOVÁ, Z. *Sbírka řešených úloh z fyziky* [online]. [cit. 21. 11. 2013] Dostupné z: http://fyzikalniulohy.cz

- úlohy: **5** (č. 321), **6** (č. 330), **7** (č. 331), **8** (č. 332)