

VYPOČTĚTE VŠECHNY PARCIÁLNÍ DERIVACE AŽ DO ŘÁDU DVA A UPRAVTE. ¹

Příklad 1: $z = x^2 + xy + y^3$,
 $z'_x = 2x + y$, $z'_y = x + 3y^2$, $z''_{xx} = 2$, $z''_{xy} = 1$, $z''_{yy} = 6y$.

Příklad 2: $z = x^2 \sin(y)$,
 $z'_x = 2x \sin(y)$, $z'_y = x^2 \cos(y)$, $z''_{xx} = 2 \sin(y)$,
 $z''_{xy} = 2x \cos(y)$, $z''_{yy} = -x^2 \sin(y)$.

Příklad 3: $z = (x + y)e^{-x}$,
 $z'_x = -e^{-x}(-1 + x + y)$, $z'_y = e^{-x}$,
 $z''_{xx} = e^{-x}(-2 + x + y)$, $z''_{xy} = -e^{-x}$, $z''_{yy} = 0$.

Příklad 4: $z = \frac{x + y^2}{y - 1}$,
 $z'_x = (y - 1)^{-1}$, $z'_y = \frac{y^2 - 2y - x}{(y - 1)^2}$, $z''_{xx} = 0$,
 $z''_{xy} = -(y - 1)^{-2}$, $z''_{yy} = 2 \frac{1 + x}{(y - 1)^3}$.

Příklad 5: $z = (x + y^2)e^{x+y}$,
 $z'_x = e^{x+y}(1 + x + y^2)$, $z'_y = e^{x+y}(2y + x + y^2)$,
 $z''_{xx} = e^{x+y}(2 + x + y^2)$, $z''_{xy} = e^{x+y}(1 + 2y + x + y^2)$,
 $z''_{yy} = e^{x+y}(2 + 4y + x + y^2)$.

Příklad 6: $z = \frac{x}{y^2 + 1}$,
 $z'_x = (y^2 + 1)^{-1}$, $z'_y = -2 \frac{xy}{(y^2 + 1)^2}$, $z''_{xx} = 0$,
 $z''_{xy} = -2 \frac{y}{(y^2 + 1)^2}$, $z''_{yy} = 2 \frac{x(3y^2 - 1)}{(y^2 + 1)^3}$.

Příklad 7: $z = x + y \ln(x)$,
 $z'_x = \frac{x + y}{x}$, $z'_y = \ln(x)$, $z''_{xx} = -\frac{y}{x^2}$, $z''_{xy} = x^{-1}$,
 $z''_{yy} = 0$.

Příklad 8: $z = (x + y) \ln(x)$,
 $z'_x = \frac{\ln(x)x + x + y}{x}$, $z'_y = \ln(x)$, $z''_{xx} = -\frac{-x + y}{x^2}$,
 $z''_{xy} = x^{-1}$, $z''_{yy} = 0$.

Příklad 9: $z = \frac{x^2 + y^2}{xy}$,
 $z'_x = -\frac{-x^2 + y^2}{x^2y}$, $z'_y = \frac{-x^2 + y^2}{xy^2}$, $z''_{xx} = 2 \frac{y}{x^3}$,
 $z''_{xy} = -\frac{x^2 + y^2}{x^2y^2}$, $z''_{yy} = 2 \frac{x}{y^3}$.

Příklad 10: $z = \frac{x^2 + y}{y^2}$,
 $z'_x = 2 \frac{x}{y^2}$, $z'_y = -\frac{y + 2x^2}{y^3}$, $z''_{xx} = 2y^{-2}$, $z''_{xy} = -4 \frac{x}{y^3}$,
 $z''_{yy} = 2 \frac{y + 3x^2}{y^4}$.

Příklad 11: $z = \ln(\sqrt{\frac{x^2}{x + y}})$,
 $z'_x = 1/2 \frac{x + 2y}{x(x + y)}$, $z'_y = -1/2 (x + y)^{-1}$,
 $z''_{xx} = -1/2 \frac{x^2 + 4xy + 2y^2}{x^2(x + y)^2}$, $z''_{xy} = 1/2 (x + y)^{-2}$,
 $z''_{yy} = 1/2 (x + y)^{-2}$.

Příklad 12: $z = \ln(2x + 3y)$,
 $z'_x = 2(2x + 3y)^{-1}$, $z'_y = 3(2x + 3y)^{-1}$,
 $z''_{xx} = -4(2x + 3y)^{-2}$, $z''_{xy} = -6(2x + 3y)^{-2}$,
 $z''_{yy} = -9(2x + 3y)^{-2}$.

Příklad 13: $z = e^x \ln(3 - y^2)$,
 $z'_x = e^x \ln(3 - y^2)$, $z'_y = 2 \frac{e^x y}{-3 + y^2}$, $z''_{xx} = e^x \ln(3 - y^2)$,
 $z''_{xy} = 2 \frac{e^x y}{-3 + y^2}$, $z''_{yy} = -2 \frac{e^x(3 + y^2)}{(-3 + y^2)^2}$.

Příklad 14: $z = x^2y + \cos(y) + y \sin(y)$,
 $z'_x = 2xy$, $z'_y = x^2 + y \cos(y)$, $z''_{xx} = 2y$, $z''_{xy} = 2x$,
 $z''_{yy} = \cos(y) - y \sin(y)$.

Příklad 15: $z = \frac{x - y}{xy}$,
 $z'_x = x^{-2}$, $z'_y = -y^{-2}$, $z''_{xx} = -2x^{-3}$, $z''_{xy} = 0$,
 $z''_{yy} = 2y^{-3}$.

Příklad: $z = 2 \frac{y}{y + \cos(x)}$,
 $z'_x = 2 \frac{y \sin(x)}{y^2 + 2y \cos(x) + (\cos(x))^2}$,
 $z'_y = 2 \frac{\cos(x)}{y^2 + 2y \cos(x) + (\cos(x))^2}$.

Příklad 16: $z = \arctan(\frac{y}{x})$,
 $z'_x = -\frac{y}{x^2 + y^2}$, $z'_y = \frac{x}{x^2 + y^2}$, $z''_{xx} = 2 \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}$,
 $z''_{xy} = \frac{-x^2 + y^2}{(x^2 + y^2)^2}$, $z''_{yy} = -2 \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}$.

Příklad 17: $z = \frac{x + y}{xy - 1}$,
 $z'_x = -\frac{1 + y^2}{(xy - 1)^2}$, $z'_y = -\frac{1 + x^2}{(xy - 1)^2}$, $z''_{xx} = 2 \frac{y(1 + y^2)}{(xy - 1)^3}$,
 $z''_{xy} = 2 \frac{x + y}{(xy - 1)^3}$, $z''_{yy} = 2 \frac{x(1 + x^2)}{(xy - 1)^3}$.

Příklad 18: $z = e^x \sin(y + 1)$,
 $z'_x = e^x \sin(y + 1)$, $z'_y = e^x \cos(y + 1)$,
 $z''_{xx} = e^x \sin(y + 1)$, $z''_{xy} = e^x \cos(y + 1)$,
 $z''_{yy} = -e^x \sin(y + 1)$.

¹řešení příkladů jsou vygenerována na počítači s minimálním množstvím zásahů, proto je výsledek někdy zapsaný poměrně nešikovně nebo krkolomně, vy si to určitě umíte přepsat do hezčího tvaru.