Energie elektromagnetického pole (k SZZk Mgr.)

Zákon zachování energie (v elmg. poli)

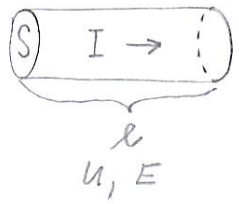
– vyjdeme z Max. rovnic:

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad / \cdot \vec{E}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad / \cdot \vec{H}$$

$\ominus$

Proč úprava $\vec{j}\cdot\vec{E}$?



$$P = UI = E\ell\, jS = \underbrace{Ej}_{\text{(obj.) hustota výkonu (el. pole v daném bodě)}} V$$

$$\underbrace{\vec{E}\cdot\mathrm{rot}\,\vec{H} - \vec{H}\cdot\mathrm{rot}\,\vec{E}}_{**} - \underbrace{\left(\vec{E}\cdot\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H}\cdot\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)}_{*} = \vec{j}\cdot\vec{E}$$

předp.: $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$
$\vec{B} = \mu\vec{H}$

$$* \Rightarrow \quad \vec{E}\cdot\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H}\cdot\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \varepsilon\vec{E}\cdot\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu\vec{H}\cdot\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{1}{2}\varepsilon\frac{\partial \vec{E}^2}{\partial t} + \frac{1}{2}\mu\frac{\partial \vec{H}^2}{\partial t} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D} + \frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}\right)$$

$$** \Rightarrow \quad \vec{E}\cdot\mathrm{rot}\,\vec{H} - \vec{H}\cdot\mathrm{rot}\,\vec{E} = E_i\,\varepsilon_{ijk}\frac{\partial H_k}{\partial x_j} - \underbrace{H_i\,\varepsilon_{ijk}\frac{\partial E_k}{\partial x_j}}_{H_k\,\varepsilon_{kji}\frac{\partial E_i}{\partial x_j}} =$$

$\varepsilon_{kji} = -\varepsilon_{ijk}$

$$= \varepsilon_{ijk}\left(E_i\frac{\partial H_k}{\partial x_j} + \frac{\partial E_i}{\partial x_j}H_k\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\varepsilon_{jki}\,H_k E_i\right) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\vec{H}\times\vec{E})_j\right] = -\,\mathrm{div}\,(\vec{E}\times\vec{H})$$

$$-\operatorname{div}(\underbrace{\vec E\times\vec H}_{\vec{S}}) - \frac{\partial}{\partial t}\underbrace{\left(\frac{1}{2}\vec E\cdot\vec D+\frac{1}{2}\vec H\cdot\vec B\right)}_{w} = \vec j\cdot\vec E \qquad /\cdot(-1)$$

analýza fyz. jednotek:

z $\operatorname{div}\vec D=\rho$

$$[ED] = \frac{N}{C}\left(\frac{C}{m^3}\cdot m\right) = \frac{N\cdot m}{m^3} = \frac{J}{m^3} \longrightarrow \text{(obj.) hustota energie}$$

$[HB]$ ... obdobně

$$[S] = [E][H] = \frac{N}{C}\,\frac{A}{m} = \frac{N}{\cancel{A}s}\,\frac{\cancel{A}}{m} = \frac{N\,m}{m^2 s} = \frac{\overset{\nearrow\ \text{energie}}{J}}{\underset{\downarrow\ \text{hustota}}{m^2 s}\ \to \text{tok}} = \frac{W}{m^2}$$

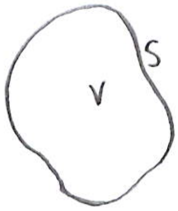
$\vec S$ = Poyntingův vektor; $|\vec S|$ = hustota toku energie = hustota výkonu (elmg. p.)
... energie, která je přenášena za jednotku času jednotkovou plochou

w = (objemová) hustota energie (elmg. pole)

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial w}{\partial t} + \operatorname{div}\vec S = -\vec j\cdot\vec E}$$ = ZZE v elmg. poli v diferenciálním tvaru

$\sim$ rce $\dfrac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}\vec j = 0$

(rce kontinuity = ZZ el. náboje)



$$\int_V \frac{\partial w}{\partial t}\,dV + \int_V \operatorname{div}\vec S\,dV = -\int_V \vec j\cdot\vec E\,dV$$

$$W = \int_V w\,dV$$

$$P = \int_V \vec j\cdot\vec E\,dV$$

$$\boxed{-\frac{dW}{dt} = P + \oint_S \vec S\cdot\vec n\,dS}$$ = ZZE v elmg. poli v integr. tvaru

Zásoba elmg. energie v objemu V se zmenšuje
jednak o mechanickou práci vykonanou elektrickými silami v objemu V,
jednak o energii vyzářenou z objemu V (přes ohraničující plochu S)
do okolního prostoru.

Hybnost elektromagnetického pole (k SZZk Mgr.)

Zákon zachování hybnosti

– vyjdeme z Max. rovnic:

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j} \qquad / \times \vec{B}$$

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho \qquad / \cdot \vec{E}$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \qquad / \times \vec{D}$$

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \qquad / \cdot \vec{H}$$

sečteme

Proč úprava $\vec{j} \times \vec{B} + \rho\vec{E}$?

Lorentzův vzorec $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

$\rightsquigarrow$ hustota síly (obj.) (Lorentzovy) $\vec{f} = \frac{\vec{F}}{V} = \rho\vec{E} + \underbrace{\rho\vec{v}}_{\vec{j}} \times \vec{B}$

• $$\underbrace{(\mathrm{rot}\,\vec{H}) \times \vec{B}}_{**} - \underbrace{\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \times \vec{B}}_{*} + \underbrace{(\mathrm{rot}\,\vec{E}) \times \vec{D}}_{**} + \underbrace{\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \times \vec{D}}_{*} + \vec{E}\,\mathrm{div}\,\vec{D} + \vec{H}\,\mathrm{div}\,\vec{B} =$$

$$= \rho\vec{E} + \vec{j} \times \vec{B} = \vec{f}$$

$$* \Rightarrow \; -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \times \vec{B} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \times \vec{D} = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{D} \times \vec{B}) = -\frac{\partial \vec{g}}{\partial t}$$

(analýza fyz. jednotek: $F_m = qvB\sin\alpha$

$$[g] = [DB] = \frac{\cancel{C}\,\cancel{m}}{m^3}\left(\frac{N}{\cancel{C}\,\cancel{m}\,s^{-1}}\right) = \frac{N\,s}{m^3} = \frac{kg\,m\,s^{-1}}{m^3} = \frac{[p]}{[V]}$$

) … (obj.) hustota hybnosti elmg. pole

nebo: $[g] = [f][t]$

$$** \Rightarrow \left[(\mathrm{rot}\,\vec{H}) \times \vec{B}\right]_i = \varepsilon_{ijk}\left(\varepsilon_{jlm}\frac{\partial H_m}{\partial x_l}\right)B_k =$$

viz MMF, 2. semestr

$$\varepsilon_{ijk}\,\varepsilon_{jlm} = \varepsilon_{jki}\,\varepsilon_{jlm} = \delta_{kl}\,\delta_{im} - \delta_{km}\,\delta_{il}$$

$$= \delta_{kl}\,\delta_{im}\frac{\partial H_m}{\partial x_l}B_k - \delta_{km}\,\delta_{il}\frac{\partial H_m}{\partial x_l}B_k = B_k\frac{\partial H_i}{\partial x_k} - B_k\frac{\partial H_k}{\partial x_i} =$$

$$= \mu H_k \frac{\partial H_i}{\partial x_k} - \mu H_k \frac{\partial H_k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{1}{2} H_k H_k\right)$$

• i-tá složka •

$$\mu H_k \frac{\partial H_i}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{1}{2}\mu H_k H_k\right) + H_i \frac{\partial(\mu H_k)}{\partial x_k} +$$

$$+ \varepsilon E_k \frac{\partial E_i}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{1}{2}\varepsilon E_k E_k\right) + E_i \frac{\partial(\varepsilon E_k)}{\partial x_k} - \frac{\partial g_i}{\partial t} = f_i$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k}(\mu H_i H_k) - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{1}{2}\mu H^2\right) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\varepsilon E_i E_k) - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{1}{2}\varepsilon E^2\right) - \frac{\partial g_i}{\partial t} = f_i$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k}\left(H_i B_k - \delta_{ik}\frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B} + E_i D_k - \delta_{ik}\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}\right) - \frac{\partial g_i}{\partial t} = f_i$$

• označení: $T_{ik} = w\,\delta_{ik} - (E_i D_k + H_i B_k)$ — složky v $\frac{N}{m^2}$

= Maxwellův (– Minkovského) tenzor napětí (elmg. pole)

– v izotropním prostředí (spec. vakuu) platí, že $T_{ik} = T_{ki}$

$$\boxed{\frac{\partial g_i}{\partial t} + \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} = -f_i} \quad \sim \quad \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial S_k}{\partial x_k} = -\vec{j}\cdot\vec{E}$$

– pro hybnost — – pro energii

f_i = i-tá složka hustoty síly, kterou působí pole na látku

... časová změna hustoty hybnosti látky

$= \frac{\partial p_i}{\partial t}$ (odpovídá to $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$, $\vec{P} = \int_V \vec{p}\,dV$)

$$\Rightarrow \quad \boxed{-\frac{\partial}{\partial t}(g_i + p_i) = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k}}$$

= ZZ hybnosti

g_i – hustota hybnosti elmg. pole

p_i – hustota hybnosti látky

odpovídá časovému úbytku i-té složky veškeré hybnosti obsažené v objemu V – pro hustotu

odpovídá tok i-té složky hybnosti elmg. pole přes ohraničující plochu do okolního prostoru (je tu divergence související s tokem)

- elmg. pole má podobně jako látkové prostředí
  energii, která může proudit od místa k místu, ale i
  hybnost, kterou si může vyměňovat s látkovým prostředím.

Má také moment hybnosti, tj. všechny tři atributy, které se dříve připisovaly jen látkovému prostředí.

$\Rightarrow$ Elmg. pole je zvláštním druhem, projevem hmoty.

- hybnost elmg. pole rozložena v prostoru s hustotou $\vec{g} = \vec{D} \times \vec{B}$

elmg. energie $w = \frac{1}{2}\left(\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B}\right)$

- $$\boxed{\vec{g}} = \vec{D} \times \vec{B} \underset{\text{vakuum}}{=} \varepsilon_0 \vec{E} \times \mu_0 \vec{H} = \underbrace{\varepsilon_0 \mu_0}_{\text{bude: } \frac{1}{c^2}} \underbrace{\vec{E} \times \vec{H}}_{\vec{S}} = \boxed{\frac{\vec{S}}{c^2}}$$

$\sim$ relativistický vztah $m = \dfrac{E}{c^2}$

Vlnová rovnice, elektromagnetické vlny, generování elektromagnetických vln (k SZZk Bc.)
Rovinné elektromagnetické vlny. Generování elmg. vln (k SZZk Mgr.)

- Max. rce + vakuum: $\rho = 0$

$$\vec{j} = \vec{0}$$
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$$
$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

19.–20.

$$\Rightarrow \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \qquad \operatorname{div} \vec{E} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

---

a) pro $\vec{E}$:

$$\operatorname{rot} \underbrace{\operatorname{rot} \vec{E}}_{-\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}} = \operatorname{grad} \underbrace{\operatorname{div} \vec{E}}_{0} - \Delta \vec{E}$$

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\operatorname{rot} \vec{H}}_{\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}} = \vec{0}$$

$$\boxed{\Delta \vec{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}}$$ – vlnová rovnice pro $\vec{E}$

b) pro $\vec{B}$:

$$\operatorname{rot} \underbrace{\operatorname{rot} \vec{B}}_{\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}} = \operatorname{grad} \underbrace{\operatorname{div} \vec{B}}_{0} - \Delta \vec{B}$$

$$\Delta \vec{B} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\operatorname{rot} \vec{E}}_{-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} = \vec{0}$$

$$\boxed{\Delta \vec{B} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}}$$ – vlnová rovnice pro $\vec{B}$

• Ukážeme, že vln. rovnici splňuje např.

vlnový vektor

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \sin(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi_0)$$

amplituda vlny

c) – rovinná vlna také postupná, lin. polarizovaná

a) – harmonická

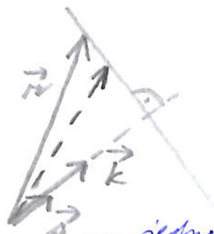
b) – monochromatická

viz a) podle Fourierovy analýzy můžeme periodickou funkci vyjádřit jako superpozici harmonických funkcí

viz b) $\omega = konst.$

viz c) chceme zjistit množinu bodů, kde je $\underbrace{\vec{k}}_{k\vec{s}}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi_0 = konst.$,
tj. $\vec{E} = \overrightarrow{konst.}$ ... pro $t = konst.$

$$\Rightarrow \quad \vec{s}\cdot\vec{r} = \frac{konst. + \omega t - \varphi_0}{k} = const.$$



$\vec{s}$ ... jednotkový vektor ve směru šíření vlny

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \sin(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t + \varphi_0)$$

$$\Delta\vec{E} = \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial z^2} = -k_x^2\vec{E} - k_y^2\vec{E} - k_z^2\vec{E} = -k^2\vec{E}$$

$$\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2\vec{E}$$

$$\Delta\vec{E} - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad -k^2\vec{E} + \varepsilon_0\mu_0\omega^2\vec{E} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \underline{k \overset{*}{=} \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

∘ Jakou rychlostí se šíří roviny konstantní fáze?

nechť $\vec{k} = (0,0,k)$ ... ve směru osy z

$$kz - \omega t + \varphi_0 = konst. \quad \Big/ \frac{d}{dt}$$

$$k\frac{dz}{dt} - \omega = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k} \overset{*}{=} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} =: v_f$$

obecněji: fázová rychlost $\boxed{v_f = \frac{\omega}{k}}$, zde $v_f = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = c$

c = rychlost světla ve vakuu ⟶ světlo je elmg. vlnění

- známe průběh $\vec{E}$, ale jaké je $\vec{B}$?

– vyjdeme z Max. rce $\quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

– pro x-ovou složku: $\quad (\operatorname{rot} \vec{E})_x = \dfrac{\partial E_z}{\partial y} - \dfrac{\partial E_y}{\partial z}$

$$\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)_x = -\frac{\partial B_x}{\partial t}$$

$$\Rightarrow E_{0z} \cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi_0) k_y - E_{0y} \cos(\dots) k_z = -\frac{\partial B_x}{\partial t}$$

$$B_x = (\vec{E}_0 \times \vec{k})_x \sin(\dots) \cdot \frac{1}{(-\omega)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 \sin(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi_0)}, \text{ kde } \boxed{\vec{B}_0 = \frac{\vec{k} \times \vec{E}_0}{\omega}}$$

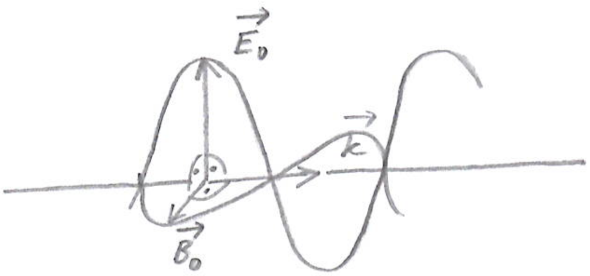
$\Rightarrow \vec{B}_0 \perp \vec{k}, \quad \vec{B}_0 \perp \vec{E}_0,$

platí také $\vec{k} \perp \vec{E}_0$? ✓

– vyjdeme z Max. rce $\quad \operatorname{div} \vec{D} = \rho, \quad$ ve vakuu $\operatorname{div} \vec{E} = 0$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x_i} \left[E_{0i} \sin(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi_0)\right] = E_{0i} k_i \cos(\dots) = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\vec{E}_0 \perp \vec{k}}$$



<u>experiment:</u>
demonstrace s velkou pružinou (příčné vlnění)

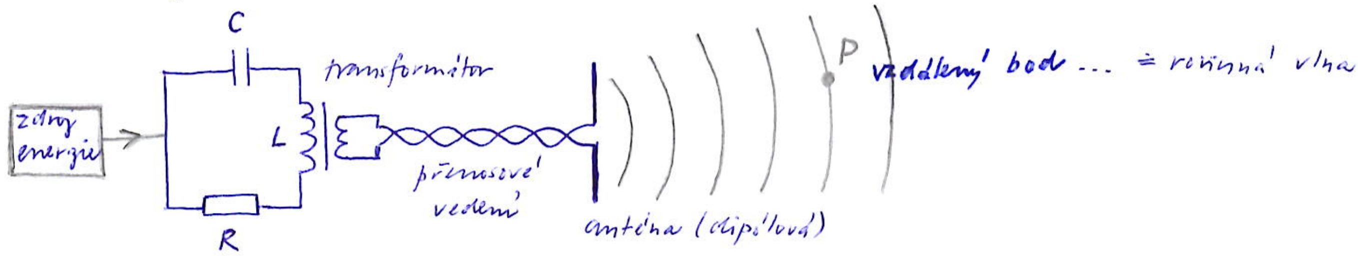
$\Rightarrow$ ve <u>vakuu</u>:
- $\vec{E}$ i $\vec{B}$ kolmé ke směru šíření vlny
  – elmg. vlna je tedy <u>příčná</u>
- $\vec{E} \perp \vec{B}$
- $\vec{E} \times \vec{B}$ udává směr šíření vlny

– viz konec s. 33

Generování elektromagnetických vln (k SZZk Bc., Mgr.)

- některé elmg. vlny, např. rentgenové záření, γ - záření, světlo
  - vyzařovány (emitovány) zdroji, které mají atomové nebo jaderné rozměry
  - tam platí zákony kvantové fyziky X zde: klasická fyzika

- zařízení pro generování postupné elmg. vlny (v oblasti krátkých rozhlasových vln, $\lambda \approx 1\,m$)



- nejpodstatnější je LC oscilátor (má $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$)
  - s ω se v LC obvodu mění sinusově náboje a proudy
  - k němu připojen zdroj energie (např. generátor ω), aby dodával energii pro kompenzaci jednak tepelných ztrát v obvodu, jednak energie odnášené generovanými elmg. vlnami
- pak transformátor, přenosové vedení a anténa (2 tenké vodivé tyčky)
  - v tyčkách antény se proud mění také sinusově s ω
  - anténa ... elektrický dipól, jehož $\vec{p}$ se mění podél antény sinusově
    $\Rightarrow$ mění se i el. pole buzené dipólem
    - protože se mění el. proud $\Rightarrow$ mění se i mg. pole

- el. a mg. pole se ale nemění všude současně, ale šíří se od antény rychlostí c

- měnící se pole tvoří dohromady elmg. vlnu s ω

– v mikrovlnné troubě

<u>magnetron</u> – generuje elmag. vlny s $\lambda \approx 12$ cm

- jeho oscilace zřejmě jako první pozoroval Augustin Žáček, prof. UK (ve 20. letech 20. stol.)
- anoda tvaru válce s dutinami
- katoda kolem osy anody
- více: lucy.troja.mff.cuni.cz/~tichy/vfel/07_1.html
  fyzweb.cz

Polarizace (k SZZk Mgr.)

<u>souvislost:</u> TV antény VHF (= very high frequency = velmi krátké vlny = VKV)

- v Anglii orientovány svisle
- v USA vodorovně (vlny polarizovány vodorovně)

(– v Anglii je vysílač uzpůsoben tak, že vysílá vlny <u>polarizované</u> svisle, tj. el. složka kmitá svisle

⇒ TV anténa musí být také orientována svisle, aby podél ní vznikal při dopadu vlny proud)

<u>bylo:</u> $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi_0)$

pokud $\vec{k} = (0, 0, k)$ $\Rightarrow$ $\vec{E} = (E_x, E_y, 0)$

<u>nyní tedy:</u> $E_x = E_{0x} \sin(kz - \omega t + \varphi_{0x})$

$$E_y = E_{0y} \sin(kz - \omega t + \varphi_{0y}) = E_{0y} \sin(\underbrace{kz - \omega t + \varphi_{0x}}_{\varphi} \underbrace{+ \varphi_{0y} - \varphi_{0x}}_{\delta})$$

$$\Rightarrow \quad E_x = E_{0x} \sin\varphi$$

$$E_y = E_{0y} \sin(\varphi + \delta) = E_{0y} (\sin\varphi \cos\delta + \cos\varphi \sin\delta)$$

$$\Rightarrow \quad \sin\varphi = \frac{E_x}{E_{0x}}$$

$$\Rightarrow \quad \cos\varphi = \left(\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos\delta\right) \frac{1}{\sin\delta}$$

dosadíme do $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left[\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - \frac{2E_xE_y}{E_{0x}E_{0y}}\cos\delta + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 \cos^2\delta\right] \frac{1}{\sin^2\delta} = 1 \qquad / \cdot \sin^2\delta$$

$$\boxed{\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - \frac{2E_xE_y}{E_{0x}E_{0y}}\cos\delta = \sin^2\delta}$$

- rovnice elipsy
- rovinná harmonická monochromatická vlna je <u>elipticky polarizovaná</u> (vektor $\vec{E}$ rotuje v rovině ⊥ ke směru šíření vlny a jeho konec opisuje elipsu)

∘ $\varphi_{0y} - \varphi_{0x} = \boxed{\delta = (2n+1)\frac{\pi}{2}}$, $n \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 1$$

a bude-li $E_{0x} = E_{0y}$ $\Rightarrow$ $\boxed{E_x^2 + E_y^2 = E_{0x}^2}$

... rce kružnice

<u>kruhově polarizovaná</u> vlna

$\boxed{\delta = 2n\frac{\pi}{2} = n\pi}$; $n \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \sin^2\delta = 0, \ \cos\delta = \pm 1$

$$\Rightarrow \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \pm \frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_y = \pm \frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x}$$

... rce přímky

<u>lineárně polarizovaná</u> vlna

(zvláštní případ : $\delta = 0 \Rightarrow \varphi_{0x} = \varphi_{0y} =: \varphi_0 \Rightarrow \boxed{*}$)